621.394

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ДЕЛЕНИЯ ЧИСЕЛ В ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

В. В. ЧЕКУШКИН, В. Ю. ГРИШИН**, В. В. КОСТРОВ**

** Муромский институт Владимирского государственного университета им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. Муром, Россия, e-mail: chekvv@gmail.com*
*** Научно-исследовательский институт «Субмикрон», Зеленоград, Россия, e-mail: grishin@se.zgrad.ru*

Проведен сравнительный анализ и улучшены быстродействующие алгоритмы деления чисел с точки зрения получения оптимальных предельно-допустимых соотношений по времени вычислений, точностным характеристикам и программно-аппаратным затратам. Для логометрических измерительных систем обеспечено формирование 1—24 и более значащих двоичных разрядов результата в форматах представления операндов с фиксированной или плавающей запятой.

Ключевые слова: *вычислительные устройства, полином наилучшего приближения, оптимизация.*

The comparative analysis and improvement of high-speed algorithms of numbers division from positions of receipt of limiting optimal time relationships of calculations, accuracy characteristics and hardware-software costs is carried out. For ratio measuring systems the formation from 1 to 24 and more significant binary digits of results in formats of operands representation with fixed or floating point is provided.

Key words: *computing devices, polynomial of best approximation, optimization.*

При проведении в реальном масштабе времени различных измерений актуально рациональное проектирование структур вычислительных устройств (ВУ) информационно-измерительных систем с устранением избыточной точности результатов. Приведенные погрешности измерений могут варьироваться в диапазоне 20—0,001 % и менее, что примерно соответствует интервалу 1—24 и более двоичных разрядов операндов представления результата в формате с фиксированной запятой (ФЗ) перед старшим разрядом [1]. Когда происходят преобразование прямоугольных координат в полярные, вычисление угла поворота вала по ортогональным составляющим синусно-косинусного датчика, определение комплексного коэффициента передачи системы в логометрических измерительных преобразователях и ряде других приложений, возникает необходимость выполнения операции деления в режиме реального времени. Однако ряд ВУ не имеет соответствующей команды в наборе инструкций, и поэтому требуется ее программная или программно-аппаратная реализация [2, 3].

Обеспечение оптимальных соотношений показателей точности, быстродействия и программно-аппаратных затрат реализации вычислительных процессов методами компьютерной математики повышает эффективность вычислительных структур разных технических систем. Такой подход обеспечивает уменьшение числа разрядных сеток операндов, логических элементов в программируемых логических интегральных системах, при помощи которых реализуются специализированные ВУ. Сравнительный анализ быстродействующих методов и алгоритмов деления при различных значениях погрешностей проведен в формате представления чисел с плавающей запятой (ПЗ) для нормированного интервала делителя $B_{\text{н}} \in [1; 2]$. Задача деления двух чисел A и B разбивается на два этапа: нахождение числа $r = 1/B$ и последующее перемножение r и A [2, 3].

Цель данной статьи — сравнительный анализ и улучшение существующих методов и алгоритмов вычисления функции $f(A/B)$ при представлении операндов делителя B в форматах с ФЗ или ПЗ в интервалах $B \in [0; 1]$; $B_{\text{н}} \in [1; 2]$. Для специализированных ВУ при исключении невостребованной избыточной точности исследуются методы получения максимального приращения числа значащих цифр, которыми представлен результат с формированием 1—24 и более двоичных разрядов операндов в форматах с ФЗ и ПЗ при соответствующем минимальном увеличении числа вычислительных операций N и обращений к памяти P. В соответствии с изложенным выше задача состоит в получении обратного значения знаменателя r [2].

Комбинированные полиномиальные методы вычисления *r*. Если представить формат числа в виде $B = 0{,}XXXXXXX$, то возникает проблема проведения вычислений при значениях знаменателя в области нуля. Когда $B \to 0$, функция $f(1/B)$ стремится к бесконечности, при этом аппроксимация затруднена. Приращению аргумента ΔB соответствует приращение функции $f(B) = 1/B$, определяемое выражением $\Delta f\ (B) = 1/B^2 \Delta B_д$, где $\Delta B_д$ — минимальное дискретное значение делителя в рабочем интервале. Таким образом, при $B \to 0$ суммарное значение погрешности результата будет в значительной степени определяться минимальным значением B и дискретным $\Delta B_д$. Поэтому предварительно ограничим нижнее значение интервала некоторым минимальным $B_{\min}$, которое будет определять диапазон изменения выходной величины. Приведенную относительную погрешность результата деления δ определим исходя из максимального значения $1/B_{\min}$ по аналогии с определением приведенной относительной погрешности измерительного прибора.

Для диапазона $B \in [B_{\min}; 1]$ предварительно в качестве начального значения зададим $B_{\min} = 2^{-7}$, что соответствует интервалу представления выходной величины $1/B \in [1; 128]$. Такой минимальный интервал обеспечивается семиразрядным представлением операнда. В табл. 1 приведены: полиномы максимального приближения 1—3-й степеней обратной величины знаменателя; соответствующее число операций $H = N + P$ нахождения $1/B$; абсолютные максимальные погрешности аппроксимации $\delta_{м10}$ и $\delta_{м2}$ соответственно для погрешностей в десятичной системе счисления и приведенной к степени числа два; относительная погрешность δ по отношению к максимальному значению результата (измеряемой величины) для указанного рабочего интервала $B \in [0{,}00781;\ 1]$.

Значения δ определены как отношения максимальных погрешностей метода аппроксимации к максимальным значениям обратной

Таблица 1

Полиномы для аппроксимации $1/B$ в интервале $B \in [2^{-7};\ 1]$

Степень полинома	Полином максимального приближения	H	$\delta_{м10}$	$\delta_{м2}$	δ, %
1	$75{,}75103-127{,}89308B$	4	75,75	$1{,}19 \cdot 2^6$	59,18
2	$87{,}65261+B(-476{,}01278+434{,}05202B)$	7	44,97	$1{,}41 \cdot 2^5$	35,13
3	$98{,}35993+B(-1010{,}02233+$ $+B(2334{,}11553-1458{,}70706B))$	10	37,39	$1{,}19 \cdot 2^5$	29,21

величины делителя или результата $1/0{,}00781 = 128$. Для полинома 1-й степени максимальное значение δ по отношению к $1/B = 2^7$ соответствует $75{,}75/128 = 0{,}5918$. Анализ данных табл. 1 показывает, что для полинома 3-й степени уменьшение погрешности результата только в два раза относительно полинома 1-й степени достигается при использовании дополнительных шести операций H. Это означает, что метод вычислений с использованием только одного полинома для аппроксимации даже на небольшом интервале $B \in [2^{-7}; 1]$ не эффективен, поскольку и для полинома 3-й степени $\delta = 29{,}21$ % и не соответствует погрешности измерительного прибора даже 4-го класса точности. Чтобы значения δ соответствовали широко распространенным классам точности измерительных приборов 0,25—2, уменьшим интервалы аппроксимации для полиномов. Для этого каждый из рабочих интервалов при ограниченном значении $B_{\min}$ и с разными диапазонами представления делителя ($B \in [0{,}0136; 1]$; $B \in [2^{-7}; 1]$; $B \in [2^{-8}; 1]$) при помощи методов компьютерного моделирования разделим на три неравных подинтервала. На этих подинтервалах три аппроксимирующих полинома, например, 2-й или 4-й степеней должны обеспечивать равные $\delta_{м10}$ без учета других составляющих погрешностей (табл. 2).

Представленные в табл. 2 значения δ рассчитаем исходя из максимальных значений результата вычислений на рабочих интервалах аппроксимации. Для схем аппроксимации $1L_2$, $2L_2$ с учетом решения неравенства $B < B_{\min}$ необходимо реализовать проверку двух условий, выполнить четыре алгебраические операции, извлечь из памяти одновременно пять констант (рис. 1).

Соответственно для интервалов $B \in [0{,}0136; 1]$; $B \in [2^{-7}; 1]$ получены значения δ результата 1,39 и 2,07 % при общем числе операций $H = 11$. Для $B \in [2^{-8}; 1]$ с общим числом операций реализации алгоритма по схеме $2L_4$, равной 17, $\delta = 0{,}29$ %. Рассмотренные алгоритмы целесообразно использовать в специализированных вычислителях измерительных приборов с классами точности 2—0,5. В то же время при увеличении H на шесть в схеме $2L_4$ по отношению к схеме $2L_2$ значение погрешности уменьшается только в $1{,}39/0{,}29 = 6{,}62 < 2^3$ раз. Таким образом, в интервале относительных значений погрешностей 0,2—2 % для увеличения на единицу числа значащих двоичных цифр результата необходимо дополнительно затрачивать две операции. Поэтому дальнейшее повышение точности вычислений только за счет

Таблица 2

Комбинированные полиномиальные методы аппроксимации на рабочих интервалах $B \in [0{,}0136;\ 1]$, $B \in [2^{-7};\ 1]$, $B \in [2^{-8};\ 1]$

Схема аппроксимации	Подинтервал аппроксимации	Полином максимального приближения	$\delta_{м10}$	$\delta_{м2}$	δ, %
		$B \in [0{,}0136;\ 1]$			
$1L_2$	[0,11; 1]	$11{,}0682865+B(-29{,}5304579+20{,}4781382\,B)$	1,023	$1{,}023\cdot2^{0}$	1,39
	[0,032; 0,11]	$53{,}8231443+B(-876{,}6896521+4356{,}1283356\,B)$	1,0202	$1{,}021\cdot2^{0}$	
	[0,0136; 0,032]	$147{,}8293404+B(-6959{,}8398633+104521{,}7985988\,B)$	1,0215	$1{,}022\cdot2^{0}$	
		$B \in [2^{-7};\ 1]$			
$1L_4$	[0,11; 1]	$17{,}10339+B(-99{,}05087+B(245{,}02873+$ $+B(-266{,}11109+104{,}28694)))$	0,257	$1{,}029\cdot2^{-2}$	0,21
	[0,025; 0,11]	$100{,}60647+B(-3771{,}00325+B(65912{,}07329+$ $+B(-540303{,}56371+1674371{,}06078\,B)))$	0,262	$1{,}047\cdot2^{-2}$	
	[0,0082; 0,025]	$44{,}71371+B(-787{,}71024+B(6834{,}59088+$ $+B(-29214{,}59559+49240{,}27513\,B)))$	0,26	$1{,}04\cdot2^{-2}$	
		$B \in [2^{-8};\ 1]$			
$2L_2$	[0,05; 1]	$19{,}4338149+B(-67{,}87622102+53{,}24222094\,B)$	3,835	$1{,}917\cdot2^{1}$	2,07
	[0,011; 0,05]	$140{,}73588333+B(-5693{,}01433362+67416{,}25454252\,B)$	4,6434	$1{,}16\cdot2^{2}$	
	[2^{-8}; 0,011]	$478{,}53397078+B(-71298{,}43848245+3321886{,}88874794\,B)$	5,4	$1{,}35\cdot2^{2}$	
		$B \in [2^{-8};\ 1]$			
$2L_4$	[0,072; 1]	$22{,}35289146+B(-156{,}39443038+B(437{,}46488853+$ $+B(-515{,}32269349+213{,}60948117\,B)))$	0,716	$1{,}433\cdot2^{-1}$	0,29
	[0,0135; 0,072]	$172{,}2601181+B(-10822{,}6158672+B(310737{,}62515622+$ $+B\ (-4116010{,}88129398+20355148{,}526707\,B)))$	0,738	$1{,}477\cdot2^{-1}$	
	[2^{-8}; 0,0135]	$715{,}7756275+B(-195040{,}47120942+B(25305459{,}5799794+$ $+B(-1567787183{,}6558+37257419488{,}2546\,B)))$	0,743	$1{,}487\cdot2^{-1}$	

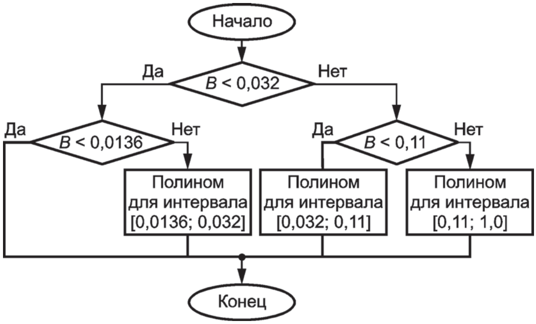

Рис. 1. Структурная схема алгоритма вычисления значений $f\,(1/B)$ в соответствии со схемой аппроксимации $1L_2$

простого увеличения числа подинтервалов аппроксимации приведет к дополнительным программно-аппаратным затратам и снижению быстродействия.

Полиномиальный метод аппроксимации с нормализацией аргумента. Для повышения эффективности вычислений применяют перевод значений аргумента в один нормированный интервал $B_н \in [2^{-1}; 1]$, одновременно соответствующий представлению мантиссы числа в формате с ПЗ. При значениях аргумента, не входящих в указанный нормированный интервал, проводят операцию сдвига делителя так, чтобы его нормированное значение оказалось в требуемой области $B_н$. После вычисления нормированного значения функции делают обратную операцию сдвига, чтобы вернуться к исходному рабочему интервалу и получить действительное значение $1/B$. В табл. 3 приведены полиномы максимального приближения для нормированных интервалов $B_н \in [2^{-4}; 1]$; $[2^{-3}; 1]$; $[2^{-2}; 1]$; $[2^{-2}; 1]$. На структурной схеме (рис. 2, *а*) представлена реализация полиномиального метода аппроксимации с нормализацией аргумента в интервал $B_н \in [2^{-4}; 1]$, где вычисления нормированных значений проводят полиномом 1-й степени.

Пример 1. Используя алгоритм (см. рис. 2, *а*), рассчитываем с применением полинома 1-й степени (см. табл. 3) обратную величину делителя $1/0{,}0039215$. Поскольку $0{,}0039215 = 2^{-4} \cdot 0{,}062744 = 0{,}501952 \cdot 2^{-7}$, в соответствии с неравенством $2^{-8} \le B < 2^{-4}$ преобразуем делитель к нормированному интервалу аппроксимации $B_н \in [2^{-4}; 1]$, умножив его на коэффициент 2^4. Значение $B_н = 0{,}062744$ используем для приближенного вычисления нормированного обратного значения делите-

Т а б л и ц а 3

Полиномы максимального приближения для нормированных интервалов $B_н \in [2^{-4}; 1]; [2^{-3}; 1]; [2^{-2}; 1]; [2^{-1}; 1]$

Степень полинома	Полином максимального приближения	$\delta_{м10}$	$\delta_{м2}$	δ, %
$B_н \in [2^{-4}; 1]$				
1	$12,4863279-15,9800095\,B$	4,51	$1,13\cdot 2^{2}$	28,2
2	$16,50072+B(-53,7543356+40,9497454\,B)$	2,7	$1,35\cdot 2^{1}$	16,9
3	$20,5262114+B(-109,8147766+B(193,8059042-$ $-105,1439998\,B))$	1,627	$1,63\cdot 2^{0}$	10,17
4	$24,4935845+B(-182,0662026+B(528,2848524+$ $+B(-636,847879+268,1082354)))$	0,973	$1,95\cdot 2^{-1}$	6,08
5	$28,4788089+B(-270,7308786+B(1114,605718+$ $+B(-2180,5763104+B(1995,2399836-$ $-686,6001235\,B))))$	0,59	$1,18\cdot 2^{-1}$	3,69
$B_н \in [2^{-3}; 1]$				
1	$7,32821-7,99975\,B$	1,672	$1,67\cdot 2^{0}$	20,9
2	$10,15205+B(-25,80913+17,45496\,B)$	0,801	$1,61\cdot 2^{-1}$	10,01
3	$12,9921+B(-52,11314+B(77,92535-38,18651\,B))$	0,382	$1,53\cdot 2^{-2}$	4,78
4	$15,8131+B(-86,39202+B(205,244+$ $+B(-216,72592+83,2434\,B)))$	0,184	$1,48\cdot 2^{-3}$	2,3
5	$18,63301+B(-128,64353+B(422,44963+$ $+B(-704,56251+$ $+B(574,42371-181,38671\,B))))$	0,088	$1,41\cdot 2^{-4}$	1,1
$B_н \in [2^{-2}; 1]$				
1	$4,4997951-3,9997148\,B$	0,5	$1\cdot 2^{-1}$	12,5
2	$6,4985376+B(-12,4397685+7,1075869\,B)$	0,167	$1,34\cdot 2^{-3}$	4,18
3	$8,4991304+B(-24,9347746+$ $+B(30,0210506-12,6411297\,B))$	$5,6\cdot 10^{-2}$	$1,79\cdot 2^{-5}$	1,44
4	$10,4989885+B(-41,4312504+B(76,8908126+$ $+B(-67,4095038+22,4694797\,B)))$	$1,9\cdot 10^{-2}$	$1,19\cdot 2^{-6}$	0,46
5	$12,4992286+B(-61,929854+B(155,7521527+$ $+B(-210,1787156+B(144,7904856-39,9394214\,B))))$	$6,2\cdot 10^{-3}$	$1,58\cdot 2^{-8}$	0,15

Окончание таблицы 3

Степень полинома	Полином максимального приближения	$\delta_{м10}$	$\delta_{м2}$	δ, %
$B_н \in [2^{-1};\ 1]$				
1	$2{,}9140768-1{,}999936\,B$	$8{,}6\cdot10^{-2}$	$1{,}37\cdot2^{-4}$	4,3
2	$4{,}327911+B(-6{,}0575532+2{,}7443454\,B)$	$1{,}5\cdot10^{-2}$	$1{,}9\cdot2^{-7}$	0,74
3	$5{,}7424834+B(-12{,}1189092+$ $+B(11{,}1416477-3{,}7677489\,B))$	$2{,}6\cdot10^{-3}$	$1{,}3\cdot2^{-9}$	0,13
4	$7{,}1575713+B(-20{,}1842536+$ $+B(28{,}0331508+B(-19{,}1805965+5{,}1745628\,B)))$	$4{,}4\cdot10^{-4}$	$1{,}8\cdot2^{-12}$	0,02
5	$8{,}5709778+B(-30{,}2403627+B(56{,}2196528+$ $+B(-58{,}0916875+B(31{,}6402945-7{,}0989488\,B))))$	$7{,}5\cdot10^{-5}$	$1{,}23\cdot2^{-14}$	0,003

ля $1/0{,}062744 = 15{,}9378$. Приближенное значение $1/B_н \approx 11{,}4837$ с абсолютной погрешностью нормированного интервала $15{,}9378-11{,}4837=4{,}4541$ для получения действительного значения необходимо умножить на коэффициент $2^k = 2^4$. В данном случае k определяется из делителя, соответствующего нижней границе нормированного интервала аппроксимации $B_н = 2^{-k} = 2^{-4}$, откуда $k = 4$. Различие между действительным $1/0{,}0039215 = 255$ и полученным приближенным $11{,}4837 \cdot 2^4 = 183{,}7392$ значениями определяет абсолютную $255 - 189{,}7392 = 71{,}2608$ и приведенную относительную $71{,}2608/256 = 0{,}278$ погрешности результата.

Для более точного вычисления при помощи полинома 1-й степени (см. табл. 3) нормированного обратного значения делителя следует использовать нормированные интервалы $B_н \in [2^{-2};\ 1]$ или $B_н \in [2^{-1};\ 1]$ (рис. 2, *б*). Тогда для $B_н \in [2^{-1};\ 1]$ при делителе $0{,}0039215 = 0{,}501952\cdot2^{-7}$ получим $B_н = 0{,}501952$ ($1/B_н = 1{,}99222$) и $1/B_н \approx 1{,}9102$. Для приближенного результата $1{,}9102 \cdot 2^7 = 244{,}50$ абсолютная погрешность будет $255 - 244{,}50 = 10{,}5$. Ей соответствует относительная приведенной погрешность результата $(10{,}5/256) \cdot 100 = 4{,}1$ %.

При реализации алгоритма с рабочим $B \in [2^{-8};\ 1]$ и нормированным $B_н \in [2^{-4};\ 1]$ интервалами и при использовании полинома 1-й степени значение $\delta \le 28{,}2$ %. Необходимо выполнить операции нормирования и перенормирования, извлечения из памяти трех констант, а при реализации полинома 1-й степени — еще четыре операции. Всего необходимо выполнить 11 операций. Для нормированного интервала $B_н \in [2^{-1};\ 1]$ при использовании полинома 1-й степени

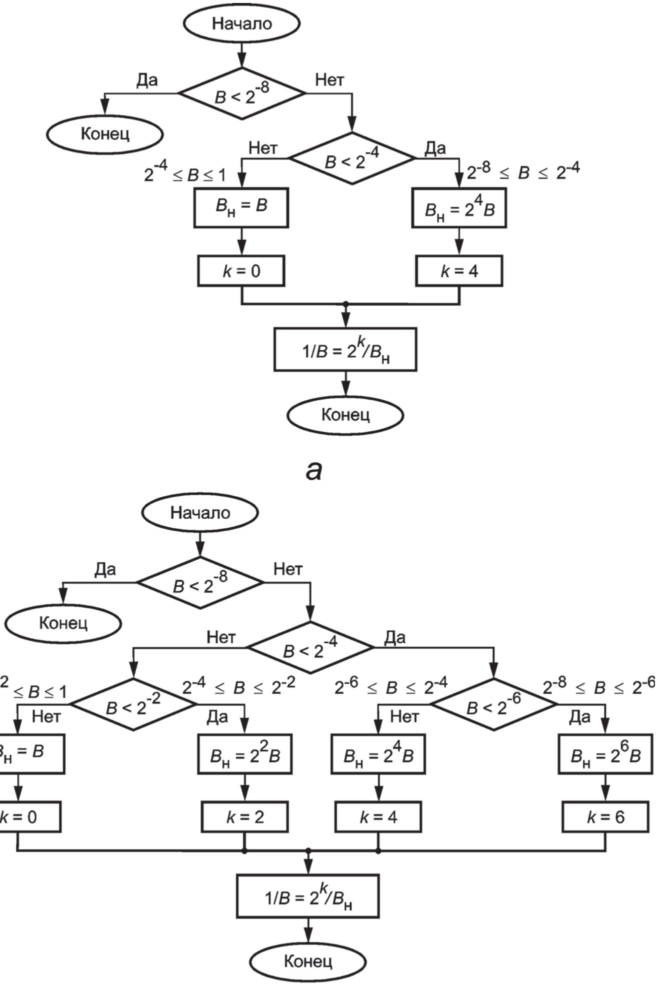

Рис. 2. Структурная схема алгоритма вычислений значений функции $f(B) = 1/B$ при значениях аргумента $B \in [0; 1]$, рабочем интервале $B \in [2^{-8}; 1]$ и нормированных интервалах аппроксимации $B_н \in [2^{-4}; 1]$ (*а*) и $B_н \in [2^{-1}; 1]$ (*б*)

имеем $\delta \leq 4{,}3$ %. При реализации алгоритма по наиболее длинному пути необходимо выполнить три условия, операции нормирования и перенормирования, извлечь из памяти четыре константы, а при реализации полинома 1-й степени — еще четыре операции (см. рис. 3). Всего необходимо выполнить 13 операций. Применение полинома 2-й степени с общим числом операций реализации алгоритма 16 обеспечивает уменьшение погрешности в 4,3/0,74 = 5,8 раза. Рассмотренные примеры и анализ данных, приведенных в табл. 3, показывают, что приближение многочленами на оптимальном интервале $B_{\text{н}} \in [2^{-1}; 1]$ характеризуется фактически линейной сходимостью, и при увеличении степени интерполирующего многочлена на единицу число верных значащих двоичных разрядов результата увеличивается приблизительно на 2,5.

В интервале погрешностей 0,1—0,01 % и менее для увеличения на единицу числа значащих двоичных цифр результата необходимо дополнительно затрачивать одну операцию. Таким образом, при $\delta = 0{,}15...0{,}1$ % метод с нормализацией интервала становится более эффективным, чем комбинированный. В то же время дальнейшее повышение точности вычислений только вследствие увеличения степени полинома приведет к дополнительным программно-аппаратным затратам и снижению быстродействия.

Итерационные и гибридные методы вычислений. Итерационную формулу вычисления значения величины, обратной делителю, получают в соответствии с формулой Ньютона

$$r_{i+1} = r_i (2 - Br_i), \tag{1}$$

где r_i — приближение к величине $1/B$ на итерации i.

При реализации одной итерационной процедуры необходимо выполнить три операции и извлечь из памяти две константы. Из (1) получим зависимость, связывающую абсолютную погрешность очередного приближения $\Delta r_i = 1/B - r_i$, число итераций i, значение делителя B и погрешность начального приближения:

$$\Delta r_i = f\left(r_0, i, B\right) = B^{-1}\left(B\Delta r_0\right)^{2^i}. \tag{2}$$

Независимо от знака Δr_0, $\Delta r_i > 0$ при $i \geq 1$. Значения Δr_i в (2) будут убывать при увеличении i, если $|B\Delta r_0| < 1$, откуда $0 < r_0 < 2/B$. В соответствии с (2) число верных значащих цифр на каждой итерации возрастает примерно вдвое. В то же время выполнение условий неравенства $|B\Delta r_0| < 1$ существенно ограничивает диапазон представления делителя B.

Рассмотрим использование итерационного метода только на нормированном интервале $B_н \in [2^{-1}; 1]$ и сравним эффективность его применения с другими методами. Если задать начальное приближение как среднее значение по отношению к границам $B_н \in [2^{-1}; 1]$, то $r_0 = (2 + 1)/2 = 1{,}5$. В этом случае при $B = 1$, $\Delta r_0 = B^{-1} - r_0 = 0{,}5$ после одной и двух итераций в соответствии с (1), (2) получим $r_1 = 0{,}75$; $\Delta r_1 = 0{,}25$; $\Delta r_2 = 0{,}0625$.

Приведенная относительная погрешность при $B = 1$ для нормированного интервала $B_н \in [2^{-1}; 1]$ составит $0{,}0625/2 \cdot 100 = 3{,}12$ %. В данном случае при двух итерациях, реализуемых за десять операций, этот метод значительно уступает комбинированному полиноминальному при $B_н \in [2^{-1}; 1]$, поскольку при использовании полинома 2-й степени (см. табл. 3) с семью операциями погрешность уменьшается до $\delta = 0{,}74$ %. В то же время при удвоении количества двоичных цифр результата после каждой итерации предложенный метод при более точном начальном приближении за каждые пять операций обеспечивает большее увеличение числа двоичных цифр результата. Например, если использовать в качестве начального приближения (см. табл. 3) полином 1-й степени с $\delta_м = 1{,}37 \cdot 2^{-4}$, то при $B = 1$; $\Delta r_0 = 0{,}0858592$ уже после первой итерации получим $\Delta r_1 = 0{,}0073719$.

Сравним комбинированный полиномиальный и гибридный методы вычислений на примерах. Схемы $2L_2$, $2L_4$ обеспечивают при 11 и 17 операциях $\delta = 2{,}07$ и $0{,}29$ %, соответственно. Для гибридного метода при использовании в качестве начального приближения полинома 1-й степени с четырьмя значащими двоичными цифрами имеем после одной итерации порядка восьми значащих цифр с погрешностью 0,4 %. Таким образом, только для вычисления нормированного значения при $B_н \in [2^{-1}; 1]$ необходимо затратить девять операций. Переход к $B_н \in [2^{-8}; 1]$ потребует 18 операций. Поэтому при $\delta = 2...0{,}2$ % эффективными являются комбинированные полиномиальные методы аппроксимации, например, по схемам $2L_2$, $2L_4$. При значениях $\delta = 0{,}2...0{,}1$ % метод вычислений с нормализацией интервала становится эффективнее, чем комбинированный.

При 14—16 и более значащих цифрах результата целесообразнее применить гибридный метод. Для эффективного стартового начального приближения следует использовать полиномы 1-й или 2-й степеней с четырьмя или семью значащими разрядами. В этом случае за одну итерацию с пятью операциями возникает приращение на четыре или семь значащих разрядов результата, а в последующих итерациях увеличение числа значащих цифр возрастает в геометрической прогрессии.

Выводы. Проведено исследование множества допустимых реализаций операции деления чисел в информационно-измерительных системах в соответствии с заданной целевой функцией оптимизации критериев вычислительного процесса: точностных характеристик, быстродействия и программно-аппаратных затрат. Предложены эффективные вычислительные алгоритмы с устранением избыточной точности путем последовательного приращения не менее одной—трех значащих двоичных цифр результата при последовательном дискретном возрастании сложности вычислительного алгоритма не более чем на одну—четыре вычислительные операции в диапазоне представления результата вычислений 1—24 и более двоичными разрядами.

Предложенные методы перекрывают диапазон погрешностей при преобразовании прямоугольных координат в полярные, вычислении угла поворота вала по ортогональным составляющим синусно-косинусного датчика, определении комплексного коэффициента передачи системы, реализации вычислений в логометрических измерительных преобразователях и ряде других приложений. Разработанные алгоритмы деления чисел целесообразно использовать как на уровне аппаратной реализации специализированных ВУ информационно-измерительных систем, так и на уровне макрорасширений команд микропроцессора.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. **Аверьянов А. М., Пантелеев И. В., Чекушкин В. В.** Методы повышения быстродействия и точностных характеристик преобразователей ортогональных составляющих сигнала в амплитуду // Измерительная техника. 2012. № 8. С. 9—14; **Averyanov A. M., Panteleev I. V., Chekushkin V. V.** Methods of increasing the speed and accuracy characteristics of converters of orthogonal components of a signal into amplitude // Measurement Techniques. 2012. N 8. V. 55. P. 858—866.

2. **Кнут Д. Э.** Искусство программирования. Т. 2. Получисленные алгоритмы. М.: Издательский дом «Вильямс», 2000.

3. **Чекушкин В. В., Юрин О. В.** Анализ быстродействующих алгоритмов деления чисел // Изв. высш. учеб. заведений. Приборостроение. 2003. № 8. С. 28—31.

Дата принятия 21.10.2013 г.