

## **ФАЗОХРОНОМЕТРИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ ИЗНОСА РАБОЧИХ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС РЕДУКТОРА В ПРОЦЕССЕ ЕГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ**

**K. Г. ПОТАПОВ**

*Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,  
Москва, Россия, e-mail: konst\_g\_p@mail.ru*

*Описано применение фазохронометрического метода при оценке износа рабочих профилей зубьев зубчатых колес в процессе функционирования редуктора без его остановки и разборки. Приведена простейшая математическая модель, описывающая динамику редуктора. Представлена схема испытательного стендса.*

**Ключевые слова:** математическая модель, зубчатое зацепление, диагностика, фазохронометрический подход, износ.

*The possibility of using phase–chronometric approach application at evaluation of gear cogs working profiles wear during the redactor operation without its stopping and disassembly is described. The simplest mathematical model describing the redactor dynamics is given. A scheme of the test bed is presented.*

**Key words:** mathematical model, gearing, diagnostics, phase–chronometric approach, wear.

Редуктор является ответственным узлом многих машин и механизмов. Износ рабочих профилей зубчатых колес редуктора – один из неизбежных дефектов зацепления в нем. В настоящее время для оценки технического состояния редуктора необходима его разборка. В данной статье описан фазохронометрический метод (ФХМ) для оценки износа каждого зуба в отдельности без остановки и разборки редуктора. В отличие от традиционных средств и методов технической диагностики, основанных на линейно-угловых измерениях и амплитудных (преимущественно виброакустических) принципах, ФХМ базируется на регистрации продолжительности характерных этапов (фаз) рабочих

циклов машин и механизмов [1]. При этом наряду с измерительными средствами обязательно использование уточненных многофакторных математических моделей функционирования изучаемого объекта в фазохронометрическом представлении. Основными задачами математического моделирования при таком подходе являются установление взаимосвязи результатов эксперимента (полученных рядов интервалов времени) с параметрами конструкции изучаемого объекта и режимами его работы; имитирование возможных дефектов и аварийных режимов работы, практическая реализация которых убыточна [2].

**Математическая модель.** Математическая модель была разработана для редуктора тележки моторного вагона электропоезда серии ЭДМ-4 производства Демиховского машиностроительного завода. В основу модели положены уравнения динамики вращательного движения для систем вал–опоры–шестерня и вал–опоры–колесо, соответственно. Деформации систем не учитываются.

Основные параметры зубчатого зацепления редуктора: межосевое расстояние 550 мм; передаточное отношение 4; число зубьев шестерни и ведомого колеса 22 и 88, соответственно; модуль 10 мм; угол профиля зуба 20°; угол наклона зуба 0°; смещение исходного контура отсутствует. Быстроходный вал приводится в движение электродвигателем номинальной мощностью 180 кВт и частотой вращения 1240 мин<sup>-1</sup>.

Уравнения движения зубчатых колес можно представить в виде [3]:

$$J_1 \ddot{\phi}_1 = M_1 - P(t)r_{1b} - M_{G1}; J_2 \ddot{\phi}_2 = P(t)r_{2b} - M_2 - M_{G2}. \quad (1)$$

Здесь  $J_1, J_2$  – моменты инерции шестерни и колеса, соответственно, включая моменты инерции валов и ротора электродвигателя;  $r_{1b}, r_{2b}$  – радиусы основных окружностей шестерни и колеса;  $M_1$  – момент, развиваемый на электродвигателе;  $M_2$  – момент, связанный с сопротивлением на исполнительном устройстве;  $M_{G1}, M_{G2}$  – моменты, обусловленные эксцентризитетом (смещения центра масс относительно оси вращения) вала шестерни и колеса, соответственно;  $P(t)$  – динамическая нагрузка, направленная по линии зацепления;  $\phi_1, \phi_2$  – углы поворота шестерни и колеса.

Передаточное отношение редуктора (от колеса к шестерне) определяется из выражения [4]:

$$u(t) = \dot{\phi}_2 / \dot{\phi}_1. \quad (2)$$

В силу того, что зубчатые колеса имеют погрешности изготовления, система не является абсолютно жесткой, профили контактирующих зубьев изнашиваются, передаточное отношение может меняться.

Из уравнений (1) путем следующих преобразований получим скорость вращения шестерни (ведущего колеса). Из (2) следует выражение

$$\dot{\varphi}_2 = u(t)\dot{\varphi}_1, \quad (3)$$

которое после дифференцирования по времени принимает вид

$$\ddot{\varphi}_2 = u(t)\ddot{\varphi}_1 + \dot{u}(t)\dot{\varphi}_1. \quad (4)$$

Из полученного соотношения (4) и уравнений (1) следует

$$u(t)\left(\left(J_1/u(t)^2\right) + J_2\right)\ddot{\varphi}_1 + \dot{u}(t)J_2\dot{\varphi}_1 = M_1/u(t) - M_2 - M_{G1}/u(t) - M_{G2}. \quad (5)$$

Результатом решения уравнения (5) является угол поворота шестерни  $\varphi_1$ .

Угол поворота ведомого колеса найдем из соотношения

$$\varphi_2 = \int_{t_0}^{t_1} u(t)\varphi_1, \quad (6)$$

где  $t_0, t_1$  – начальная и конечная границы интервала интегрирования.

Для демонстрации возможностей ФХМ достаточно привести все выкладки для одной шестерни. Исходные данные и начальные условия для моделирования:  $J_1 = 28,218 \cdot 10^6 \text{ кг}\cdot\text{мм}^2$ ,  $J_2 = 152,53 \cdot 10^6 \text{ кг}\cdot\text{мм}^2$  – моменты инерции систем ротор электродвигателя – быстроходный вал (БВ) – шестерня и тихоходный вал (ТВ) – колесо – исполнительное устройство;  $m_1 = 44 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 618 \text{ кг}$  – массы систем БВ – шестерня и ТВ – колесо;  $\Delta r_1 = 0,05 \text{ мм}$ ,  $\Delta r_2 = 0,1 \text{ мм}$  – эксцентрикитеты БВ – шестерня и ТВ – колесо;  $\varphi_1(t_0) = 0$  – начальный угол поворота шестерни;  $\varphi_1'(t_0) = 129,787 \text{ рад/с}$  – производная начального угла поворота шестерни; временной интервал  $[t_0; t_1] = [0; 1] \text{ с}$ .

Моменты  $M_{G1}$  и  $M_{G2}$  рассчитывают по формулам

$$\begin{aligned} M_{G1} &= m_1 g \Delta r_1 \cos(\varphi_1) \approx m_1 g \Delta r_1 \cos(\omega_0 t); \\ M_{G2} &= m_2 g \Delta r_2 \cos(\varphi_2) \approx m_2 g \Delta r_2 \cos(u_0 \omega_0 t), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $u_0$  – постоянная составляющая передаточного отношения.

Результат решения уравнения (5) в первом приближении представлен на рис. 1. Анализируя только этот график, можно прийти к выводу, что вращение шестерни равномерно, но в действительности это не так из-за непостоянства передаточного отношения.

Передаточное отношение редуктора выражается через радиусы основных окружностей следующим образом [5]:

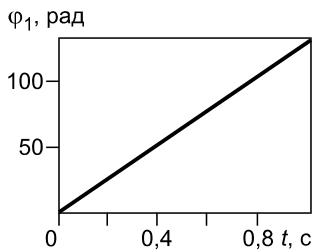


Рис. 1. Угол поворота шестерни  $\varphi_1$

$$u(t) = \frac{r_{1b}}{r_{2b}} = \frac{R_{1b} + \Delta r_1 \cos \varphi_1}{R_{2b} + \Delta r_2 \cos \varphi_2}, \quad (8)$$

где  $R_{1b}$ ,  $R_{2b}$  – радиусы идеальных основных окружностей шестерни и колеса;  $\Delta r_1$ ,  $\Delta r_2$  – эксцентриситеты вала шестерни и колеса, соответственно.

Из (8) и рис. 2 следует, что передаточное отношение испытывает периодические пульсации, связанные с ускорением и замедлением зубчатых колес. Углы поворота шестерни являются исходными данными

для построения хронограммы вращения. Хронограмма представляет собой зависимость непостоянства временных интервалов  $\Delta\tau$  прохождения фаз от их порядкового номера  $n$ . Фазой здесь называется половина углового шага шестерни, т. е. зуб и впадина, поочередно. Соответственно в вычислительном эксперименте предполагается, что датчики, фиксирующие прохождение фазы, имеют привязку к зубьям. При равномерном вращении шестерни изменение ширины зуба из-за износа по делительному диаметру можно определить из соотношения

$$h = \omega_0 r_1 \Delta\tau, \quad (9)$$

где  $h$  – износ зуба по делительной окружности;  $\omega_0$  – постоянная угловая скорость вращения шестерни;  $r_1$  – радиус делительной окружности шестерни;  $\Delta\tau$  – отклонение длительности прохождения половины углового шага от номинального из-за износа профиля зуба.

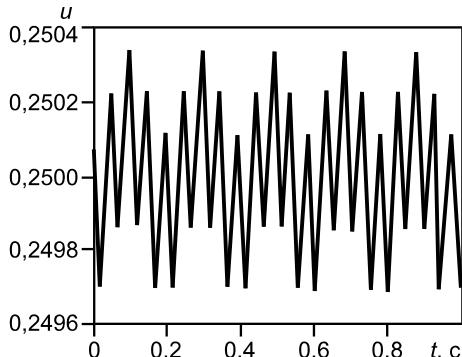


Рис. 2. Пульсации передаточного отношения

При неравномерном вращении зубчатого колеса определить износ напрямую по формуле (9) нельзя. Чтобы избавиться от влияния непостоянства передаточного отношения, хронограмма вращения строится с учетом того, что из-за износа длительность прохождения каждой фазы непостоянна (рис. 3). Это вносит

существенные изменения в алгоритм построения хронограммы. На рис. 3 штриховыми линиями условно обозначен изношенный профиль зубьев. Для простоты изложения износ показан равномерным по всей высоте зуба, хотя в действительности это не так из-за переменной скорости скольжения. Предполагается, что шестерня вращается всегда в одном направлении, поэтому рабочие профили находятся с одной стороны.

На рис. 4 показан результат построения хронограммы вращения для шестерни. Кривая 1 отражает неравномерность вращения из-за переменности передаточного отношения, определяемого параметрами математической модели. Кривая 2 соответствует износу профилей.

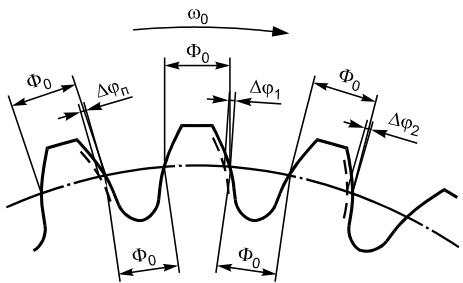


Рис. 3. Непостоянство половины углового шага («фазы») шестерни, связанное с износом рабочих профилей:

$\Phi_0$  – номинальное значение половины углового шага (фазы);  $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2, \dots, \Delta\varphi_n$  – износ рабочих профилей зубьев по делительной окружности

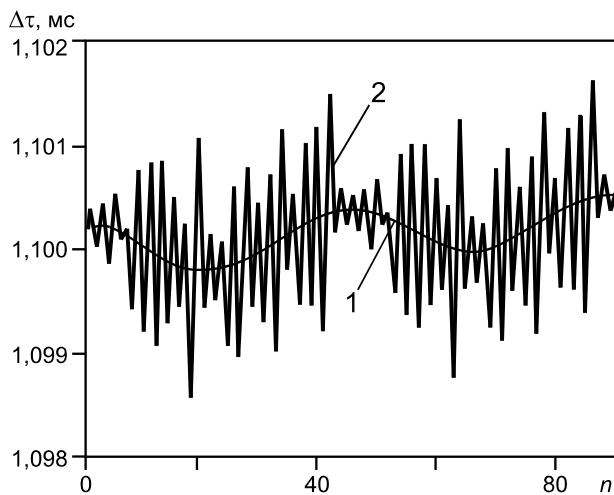


Рис. 4. Хронограммы вращения шестерни без учета (1) и с учетом (2) износа зубьев

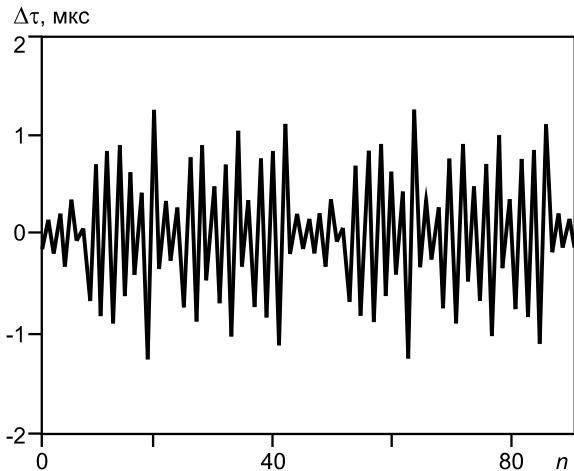


Рис. 5. Разность хронограмм вращения шестерни с учетом и без учета износа зубьев

Чтобы определить износ  $n$ -го зуба необходимо взять разность двух графиков на  $n$ -ом шаге. Разностная хронограмма приведена на рис. 5. После исключения из рассмотрения влияния передаточного отношения, износ рассчитывается по (9). Например, износ третьего зуба будет равен

$$h_3 = \omega_0 r \Delta \tau_3 = 129,787 \cdot 110 \cdot 3,502 \cdot 10^{-7} = 5 \text{ мкм}.$$

**Фазохронометрическая установка.** Испытательный стенд, схема которого приведена на рис. 6, представляет собой сварное основание, на котором закреплен электродвигатель, соединенный с БВ шестерни через муфту. Шестерня находится в зацеплении с ведомым колесом, ТВ которого соединен с нагрузкой. В качестве нагрузки выступает второй электродвигатель. Со стороны зубьев установлены датчики. В данном случае датчики служат для регистрации характерных моментов и определения интервалов времени, содержащих информацию об износе рабочих профилей зубьев. В зависимости от условий эксперимента и эксплуатации они могут быть построены на индукционном или оптическом принципах, а также с использованием вихревых и холловских эффектов. Когда зуб проходит датчик, формируется измерительный импульс, который оцифровывается при помощи аналого-цифрового преобразователя. Дальнейшая обработка на ПЭВМ дает информацию о длительности прохождения фазы. Путем сравнения полученного фактического и номинального (теоретического) значений длительности фазы определяется отклонение  $\Delta\tau$ . Полученные последовательности интервалов времени строятся в виде хронограммы.

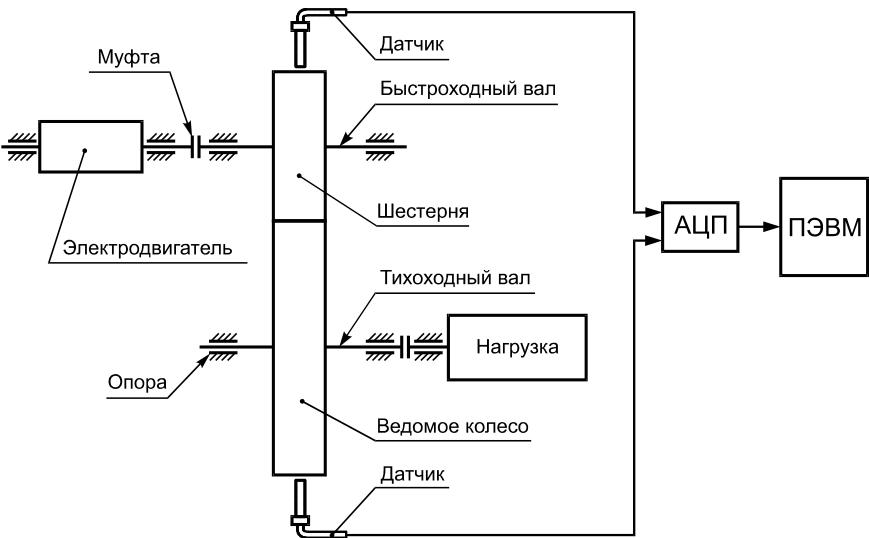


Рис. 6. Схема испытательного стенда

**Оценка погрешностей измерений.** Согласно теории косвенных измерений, погрешность определения износа вычисляется по формуле [6]:

$$\Delta h = \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial \omega_0}\right)^2 (\Delta \omega_0)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial r_i}\right)^2 (\Delta r_i)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial \Delta t}\right)^2 (\Delta(\Delta t))^2}. \quad (10)$$

Погрешность определения интервалов времени составляет  $1 \cdot 10^{-8}$  с; угловой скорости –  $1 \cdot 10^{-3}$  рад/с; радиуса делительной окружности – 10 мкм; тогда  $\Delta h \approx 0,14$  мкм.

**Выводы.** Построена математическая модель одноступенчатого редуктора на базе основного уравнения динамики вращательного движения, учитывающая эксцентриситеты колес. Было установлено, что непостоянство передаточного отношения из-за наличия эксцентриситета оказывает существенное влияние на неравномерность вращения зубчатого колеса и является низкочастотной гармоникой, определяющей периодический вид хронограммы (см. кривую I на рис. 5). Высокочастотные «всплески» отражают износ рабочих профилей зубьев

(см. кривую 2 на рис. 5). Для оценки износа каждого отдельного зуба необходимо исключить влияние непостоянства передаточного отношения, взяв разность двух хронограмм. Полученная разностная хронограмма содержит информацию об интервалах времени, определяющих износ каждого зуба. Так было показано, что при  $n = 3$  (т.е. третий зуб)  $\Delta t = 3,502 \cdot 10^{-7}$  с и этому интервалу соответствует износ 5 мкм. Погрешность определения износа при заданных значениях угловой скорости, радиуса делительной окружности шестерни, погрешностях их определения и погрешности измерения интервалов времени для третьего зуба составляет 0,14 мкм.

Так как измерения интервалов времени происходят без остановки редуктора, то можно говорить о принципиальной возможности непрерывного контроля его технического состояния по износу.

Возможности ФХМ для регистрации других дефектов могут быть расширены, если учесть в математической модели дополнительные факторы. Например, если ввести сухое трение, то станет возможным определение дефектов смазки редуктора.

Таким образом, имея результаты измерений, получаемых встроенной системой и математическую модель функционирования редуктора, можно проводить безразборную диагностику основных дефектов зацепления и осуществлять краткосрочный прогноз состояния данного технического узла.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Киселев М. И., Пронякин В. И. Фазовый метод исследования циклических машин и механизмов на основе хронометрического подхода // Измерительная техника. 2001. № 9. С. 15–18; Kiselev M. I., Pronyakin V. I. A phase method of investigating cyclic machines and mechanisms based on a chronometric approach // Measurement Techniques. 2001. V. 44. N. 9. P. 898–902.
2. Киселев М. И., Пронякин В. И. Прецизионная автоматическая бесконтактная диагностика и разработка САПР устройств точной механики // Тр. МВТУ им. Н.Э. Баумана: Исследования динамики и прочности машин. 1986. № 467. С. 59–68.
3. Вибрации в технике: Справочник. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф. М. Диментберга, К. С. Колесникова, М.: Машиностроение, 1980.

4. **Артоболевский И. И.** Теория механизмов и машин: Учеб. для вузов. М.: Наука, 1988.

5. **Влияние** погрешности и прочности зубчатых передач на динамику привода // Вестник КазНТУ [Электрон. ресурс] <http://vestnik.kazntu.kz/?q=ru/node/280> (дата обращения 02.03.2013 г.).

6. **Плуталов В. Н.** Метрология и техническое регулирование: Учеб. пособие . М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.

*Дата принятия 28.08.2013 г.*

