

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РАБОТЫ СИСТЕМЫ АВТОЮСТИРОВКИ С УСТРОЙСТВОМ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕНОСА, ПОСТРОЕННЫМ НА ОСНОВЕ ПЕНТАПРИЗМ

**Н. В. БАРЫШНИКОВ, И. В. ЖИВОТОВСКИЙ, Т. С. ПИСКУНОВ,
П. В. ПЛАТОНОВ**

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
Москва, Россия, e-mail: thedistorted@yandex.ru

Рассмотрены системы высокоточных лазерных оптико-электронных приборов с системами автоюстировки, обеспечивающими высокие точности по угловой юстировке осей их приемно-передающих каналов. Исследована методика проектирования высокоточного устройства параллельного переноса, построенного на основе двух пар пентапризм, необходимого для обеспечения работы данной системы. Рассмотрено влияние системы измерения угловых координат пучка излучения на устойчивость работы приборов. Приведен подробный анализ вероятности потери сигнала вследствие влияния вибраций на систему.

Ключевые слова: оптико-электронная система, союстировка оптических осей, устройство параллельного переноса пучка излучения.

The high-precision laser optical-electronic instruments with auto-adjustment systems ensuring the high accuracies of angle adjustment of their transceiver channels axes are considered. The design procedure for high precision parallel transfer device based on two pairs of pentaprisms needed for ensuring of this system operation was studied. The influence of the system of measurement of angle coordinates of radiation beam on instruments operating stability is considered. The detailed analysis of probability of signal loss due to the vibration influence on the system is presented.

Key words: optical-electronic system, co-adjustment of optical axes, radiation beam parallel transfer device.

Конструкция лазерных оптико-электронных систем (ОЭС) должна обеспечивать определенные требования по угловой юстировке осей их приемно-передающих каналов [1]. В случае высокоточных лазерных ОЭС эти требования достигаются с помощью систем автоматической юстировки (САЮ) [2].

Принцип организации САЮ. Часть пучка излучения рабочего лазера с выхода передающего канала ОЭС с помощью специального устройства параллельного переноса (УПП) [3] поступает в приемный канал, меняя направление распространения на обратное. В приемном канале измеряется угловое рассогласование осей приемного канала и диаграммы направленности излучения рабочего лазера, сформированного передающим каналом ОЭС. Оно обрабатывается корректирующими элементами системы в реальном времени. В большинстве случаев в приемный канал целесообразно отводить пучок излучения не рабочего лазера, а дополнительного маркерного источника излучения, имеющего гораздо меньшую мощность и поперечные размеры. Угловое положение оси пучка излучения маркерного источника должно быть предварительно выставлено с высокой точностью относительно оси пучка рабочего лазера [2].

Погрешность определения углового рассогласования в САЮ во многом определяется погрешностью УПП пучка излучения. При помощи этого устройства проводят высокоточное измерение в приемном канале углового положения оси диаграммы направленности пучка излучения рабочего лазера на выходе передающего канала. Причем высокие точностные характеристики обеспечиваются в условиях внешних механических воздействий, например, механических вибраций со стороны носителя.

В [3] рассмотрена методика проектирования высокоточного УПП, построенного на основе двух пар пентапризм (рис. 1). Идея построения такой системы заключается в следующем. Как известно, пентапризма меняет в пространстве вектор направления падающего на нее пучка на 90° по одной оси, причем этот угол инвариантен к малым угловым уводам самой пентапризмы. Используя пару пентапризм, обеспечивают обратное отражение пучка излучения маркера и измерение в приемном канале его угловых координат, но только по одной оси. Измерение двух угловых координат осуществляется с помощью двухканальной оптической системы УПП, содержащей в каждом канале по паре пентапризм.

Предложенная методика измерения угловых координат оси пучка излучения на выходе передающего канала заключается в измерении угловых координат двух пучков излучения маркера на выходе каждой пары пентапризм УПП и пересчете этих координат с учетом угла φ разворота пентапризм. Такое устройство обеспечивает практически любое расстояние переноса пучка излучения a . Важно отметить, что

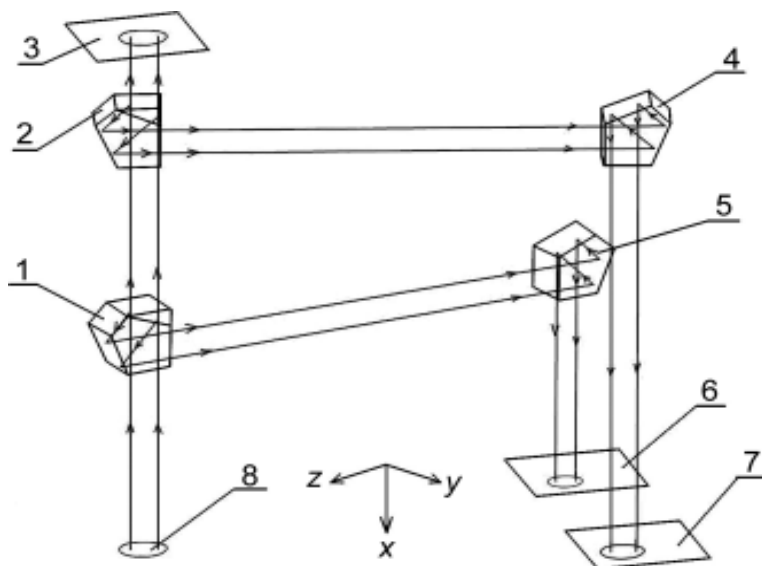


Рис. 1. Схема устройства параллельного переноса на основе двух пар пентапризм:

1, 2, 4, 5 – пентапризмы; 3 – выходной зрачок устройства; 6, 7 – приемник излучения (условно разбит на две зоны для каждой пары пентапризм); 8 – источник излучения (маркерный лазер)

виньетирование апертур приемного и передающего каналов ОЭС элементами такого УПП минимально.

В [3] показано, что погрешность измерения угловых координат оси пучка с помощью такого УПП зависит от угла φ и определены условия, обеспечивающие заданную погрешность. Также в [3] обосновывается вывод о том, что разъюстировки призмённых блоков, вызванные, в том числе и вибрациями, не влияют на точность измерений. Эта особенность – несомненное достоинство разработанной схемы УПП. Однако при высоком уровне вибраций разъюстировки пентапризм могут привести к потере сигнала. Для пояснения механизма потери сигнала рассмотрим систему измерения угловых координат пучка излучения. В общем случае она выполняется в виде объектива, в фокальной плоскости которого установлен матричный приемник излучения (МПИ) (рис. 2).

Угловые координаты падающего пучка излучения можно определить следующим образом:

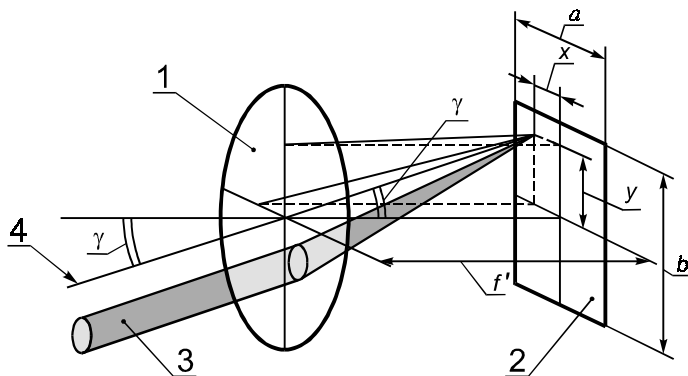


Рис. 2. Схема системы измерения угловых координат пучка излучения:

1 – объектив; 2 – матричный приемник излучения; 3 – пучок излучения; 4 – главный луч

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_x &= x / f'; \\ \operatorname{tg} \gamma_y &= y / f', \end{aligned} \quad (1)$$

где γ_x, γ_y – искомые угловые координаты; x, y – линейные координаты пятна излучения, получаемого на МПИ; f' – фокусное расстояние объектива.

Предельные значения углов, измеряемых данной системой вычисляются как

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_{x \max} &= a / (2 f'); \\ \operatorname{tg} \gamma_{y \max} &= b / (2 f'), \end{aligned} \quad (2)$$

где $a = N_x a_x, b = N_y a_y$ – линейные размеры МПИ, a_x, a_y – линейные размеры одного элемента МПИ; N_x, N_y – количество элементов МПИ.

Другими словами, (2) позволяет определить угловое поле зрения системы.

Погрешность измерения углового рассогласования в данной системе определяется в первом приближении угловым размером одного элемента МПИ. Этот размер можно найти по следующим формулам (аналогично (1)):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_x &= a_x / f'; \\ \operatorname{tg} \beta_y &= a_y / f', \end{aligned} \quad (3)$$

где β_x, β_y – угловые размеры одного элемента.

Таким образом, β_x, β_y – это угловая разрешающая способность системы.

В соответствии с этим можно сделать вывод, что для обеспечения заданной точности определения углового рассогласования необходимо подобрать оптимальное соотношение фокусного расстояния объектива f' , размеров чувствительных элементов МПИ a_x, a_y и их количества N_x, N_y .

Проанализируем поведение луча, вышедшего из одной пары пентапризм, пространственное положение которой отличается от номинального. Как уже было отмечено ранее, пентапризма изменяет в пространстве вектор направления падающего на нее пучка на 90° в плоскости XOZ (если поставить центр координат в геометрический центр пентапризмы и направить ось x перпендикулярно одной выходной грани, а ось y перпендикулярно другой). При разворотах пентапризмы вокруг оси y на углы β направление выходящего из пентапризмы луча не изменяется, но при поворотах пентапризмы вокруг осей x, z на углы α и γ выходящий из пентапризмы луч отклоняется. Это отклонение можно определить следующим образом. Пусть $\mathbf{L}_0$ – вектор, характеризующий направление пучка излучения на входе в УПП, т.е. на выходе передающего канала системы, записанный в системе координат $x_0y_0z_0$, имеет вид

$$\mathbf{L}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ \theta_y \\ \theta_z \end{pmatrix},$$

где θ_y, θ_z – углы отклонения оси излучения маркера от идеального направления, вызванные разъюстировками передающего канала системы.

Используя преобразования, приведенные в [3], можно получить выражение для вектора $\mathbf{L}_{пр}$, характеризующего направление пучка излучения маркера на входе объектива приемного канала системы (после прохождения пары пентапризм) и записанного в системе координат $x_0y_0z_0$:

$$\mathbf{L}_{пр} = \begin{pmatrix} 1 \\ (\omega + \theta'_y) \cos \varphi + \theta'_z \sin \varphi \\ (\omega + \theta'_y) \sin \varphi + \theta'_z \cos \varphi \end{pmatrix}; \quad (4)$$

где $\omega = (\alpha_1 - \gamma_1) + (\alpha_2 - \gamma_2)$, $\alpha_1, \gamma_1, \alpha_2, \gamma_2$ – случайные углы отклонения призмы от номинального положения; θ'_y, θ'_z – координаты исходного луча, записанные в системе координат x_1, y_1, z_1 первой пентапризмы; φ – угол разворота пентапризм.

Таким образом, при $\theta = 0$ (т. е. при отсутствии разбьюстировок осей передающего и приемного каналов) при поворотах пентапризм вокруг осей x, z (на углы α, γ , соответственно) направление луча, прошедшего пару пентапризм, изменится на

$$\theta_{\text{упр}} = \cos \varphi;$$

$$\theta_{\text{зпр}} = \sin \varphi.$$

При колебаниях пентапризм из-за вибраций системы, пятно на МПИ будет двигаться по траектории в виде отрезка, причем длина этого отрезка θ_{max} будет зависеть от амплитуды колебаний пентапризм. Если угловой размер отрезка траектории колебаний пучка на МПИ θ_{max} превысит угловые размеры матрицы $\gamma_{\text{xmax}}, \gamma_{\text{ymax}}$, то неизбежна потеря сигнала и утрата информации об угловом положении пучка маркерного излучения. Поэтому параметры системы должны быть определены с учетом амплитуды вибраций пентапризм. Для исследования этой проблемы рассмотрим угловые координаты $\theta_{\text{упр}}, \theta_{\text{зпр}}$ луча, прошедшего одну пару пентапризм (из (4)):

$$\begin{cases} \theta_{y\text{пр}} = (\omega + \theta'_y) \cos \varphi + \theta'_z \sin \varphi; \\ \theta_{z\text{пр}} = (\omega + \theta'_y) \sin \varphi - \theta'_z \cos \varphi; \end{cases}$$

Предположим, что $\theta'_y = \theta'_z = 0$ (идеальное положение входного луча) и $\alpha_1 = \alpha_2, \gamma_1 = \gamma_2$, получим следующее выражение:

$$\begin{cases} \theta_{y\text{пр}} = 2(\alpha - \gamma) \cos \varphi; \\ \theta_{z\text{пр}} = 2(\alpha - \gamma) \sin \varphi. \end{cases} \quad (5)$$

Таким образом, получена зависимость углов луча, прошедшего через пару пентапризм от угловых возмущений пентапризм. При воздействии внешних вибраций на систему изменение значений угловых возмущений пентапризм α и γ принимают случайный характер. Угловые координаты оси пучка излучения, прошедшего пару пентапризм $\theta_{\text{упр}}, \theta_{\text{зпр}}$, также будут иметь случайный характер.

Охарактеризуем амплитуду колебаний пентапризм вокруг осей x и z дисперсией разворота пентапризм $\sigma_\alpha, \sigma_\gamma$, а разъюстировку пентапризм по этим же осям математическим ожиданием разворотов пентапризм μ_α, μ_γ . Исследуем вероятность потери сигнала при работе системы в присутствии вибраций. Пусть плотность вероятности углового возмущения пентапризм относительно осей x и z описывается функцией Гаусса

$$\begin{aligned} P_\alpha(\alpha) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\alpha} \exp\left(-\frac{(\alpha - \mu_\alpha)^2}{2\sigma_\alpha^2}\right); \\ P_\gamma(\gamma) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\gamma} \exp\left(-\frac{(\gamma - \mu_\gamma)^2}{2\sigma_\gamma^2}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

где $P_\alpha(\alpha), P_\gamma(\gamma)$ – вероятности поворота пентапризм вокруг осей x, z на углы α, γ .

Из выражения (5) следует, что угловые отклонения луча, прошедшего пару пентапризм $\theta_{\text{упр}}, \theta_{\text{зпр}}$, зависят от разницы двух случайных величин $2(\alpha - \gamma)$. Из теории вероятностей известно, что если случайная величина Y является линейной функцией n нормально распределенных случайных величин X_i [4]:

$$Y = \sum_{i=1}^n a_i X_i + b, \quad (7)$$

то закон распределения этой случайной величины Y также является нормальным законом распределения, причем математическое ожидание и дисперсия Y равны, соответственно

$$\begin{aligned} \mu_y &= \sum_{i=1}^n a_i \mu_i + b; \\ \sigma_y^2 &= \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} a_i a_j \sigma_i \sigma_j r_{ij}, \end{aligned} \quad (8)$$

где a_i, b – числовые коэффициенты в линейной функции; μ_i, σ_i – математическое ожидание и дисперсия случайной величины X_i ; r_{ij} – определитель нормированной корреляционной матрицы.

Это утверждение справедливо и для данного случая, с учетом того, что в качестве линейной функции Y выступают угловые отклонения

луча, прошедшего пару пентапризм $\theta_{\text{упр}}$, $\theta_{\text{зпр}}$. При этом случайные величины X_i – это углы поворотов пентапризм α и γ . Величина b в выражениях (7), (8) носит характер систематической погрешности определения случайной величины Y , но поскольку данная методика измерений позволяет исключить систематическую погрешность, справедливо равенство $b = 0$. Определитель корреляционной матрицы r_{ij} также примем равным нулю, предположив отсутствие корреляции между случайными разворотами пентапризм вокруг осей x и z . Тогда при $n = 2$ выражения (7), (8) примут вид

$$Y = a_1 X_1 + a_2 X_2; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mu_y &= a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2; \\ \sigma_y^2 &= a_1^2 \sigma_1^2 + a_2^2 \sigma_2^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Запишем выражение (5) как

$$\left. \begin{aligned} \theta_{\text{упр}} &= (2 \cos \varphi) \alpha + (-2 \cos \varphi) \gamma; \\ \theta_{\text{зпр}} &= (2 \sin \varphi) \alpha + (-2 \sin \varphi) \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Коэффициенты для случайной величины $\theta_{\text{упр}}$ равны

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \cos \varphi; \\ a_2 &= -2 \cos \varphi, \end{aligned}$$

а для случайной величины $\theta_{\text{зпр}}$ имеют вид

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \sin \varphi; \\ a_2 &= -2 \sin \varphi. \end{aligned}$$

Следовательно, по формулам (10) можно найти математическое ожидание и дисперсию случайных величин $\theta_{\text{упр}}$, $\theta_{\text{зпр}}$

$$\begin{aligned} \mu_{\theta_{\text{упр}}} &= |2 \cos(\varphi)| (\mu_\alpha - \mu_\gamma); \\ \sigma_{\theta_{\text{упр}}} &= |2 \cos(\varphi)| \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\gamma^2}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mu_{\theta_{\text{зпр}}} &= |2 \sin(\varphi)| (\mu_\alpha - \mu_\gamma); \\ \sigma_{\theta_{\text{зпр}}} &= |2 \sin(\varphi)| \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\gamma^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Как отмечалось ранее, плотности вероятности распределения величин $\theta_{\text{упр}}$, $\theta_{\text{зпр}}$ описываются нормальным законом распределения, аналогично (6):

$$P_{\theta_{\text{упр}}}(\theta_{\text{упр}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\theta_{\text{упр}}}} \exp\left(-\frac{(\theta_{\text{упр}} - \mu_{\theta_{\text{упр}}})^2}{2\sigma_{\theta_{\text{упр}}}^2}\right);$$

$$P_{\theta_{\text{зпр}}}(\theta_{\text{зпр}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\theta_{\text{зпр}}}} \exp\left(-\frac{(\theta_{\text{зпр}} - \mu_{\theta_{\text{зпр}}})^2}{2\sigma_{\theta_{\text{зпр}}}^2}\right).$$

Для минимизации потери сигнала поле зрения системы, погрешность определения координат и уровень допустимых вибраций должны быть согласованы.

Для примера рассмотрим систему, в которой используется призмный мостик, построенный по схеме с использованием двух пар пентапризм, угол между осями которых $\varphi = 21^\circ$. Пусть угловое поле зрения системы (угловой размер МПИ) равен $5 \times 5'$. Рассмотрим зависимость углов $\theta_{\text{упр}}$, $\theta_{\text{зпр}}$ луча, прошедшего через пару пентапризм, от угловых возмущений пентапризм при $\alpha_1 = \alpha_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$.

Из выражения (11) следует, что угловые возмущения пентапризм $\alpha_1 = \alpha_2 = 2'$ и $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ приводят к отклонению выходящего луча на $\theta_{\text{упр}} = 3,7'$, $\theta_{\text{зпр}} = 1,43'$, что с учетом угловых размеров матрицы ($2\gamma_{\text{хmax}} \times 2\gamma_{\text{ymax}} = 5 \times 5'$), приведет к потере сигнала. При угловых возмущениях пентапризм координаты $\theta_{\text{упр}}$ изменяются значительно больше, чем $\theta_{\text{зпр}}$, что позволяет рассматривать отклонения по оси y как критические.

Пусть статистические характеристики вибрации пентапризм равны $\mu_\alpha = \mu_\gamma = 0$, $\sigma_\alpha = 0,7'$, $\sigma_\gamma = 0,5'$. Тогда, с использованием выражений (6), (12), получим плотность вероятности отклонения прошедшего луча $P_{\theta_{\text{упр}}}(\theta_{\text{упр}})$ (рис. 3).

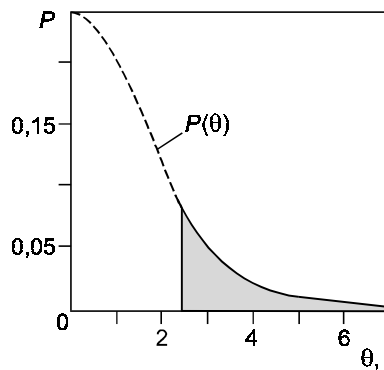


Рис. 3. График сравнения плотностей вероятностей отклонения прошедшего луча и углового возмущения пентапризм

Из рис. 3 видна вероятность, с которой углы отклонения прошедшего луча $\theta_{\text{упр}}$, $\theta_{\text{зпр}}$ могут превысить значение $\theta_{\text{кр}} = \gamma_{\text{лmax}} = \gamma_{\text{умax}}$, т. е. вероятность потери сигнала (область, отмеченная серым цветом). Ее площадь определяет вероятность потери сигнала [4]:

$$\begin{cases} P_{\Pi}(\gamma_{\text{xmax}}) = 2 \int_{\gamma_{\text{xmax}}}^{\infty} P_{\theta_{\text{зпр}}}(\theta_{\text{зпр}}) d\theta_{\text{зпр}}; \\ P_{\Pi}(\gamma_{\text{ymax}}) = 2 \int_{\gamma_{\text{ymax}}}^{\infty} P_{\theta_{\text{упр}}}(\theta_{\text{упр}}) d\theta_{\text{упр}}, \end{cases}$$

или в развернутом виде

$$\begin{cases} P_{\Pi}(\gamma_{\text{xmax}}) = 2 \int_{\gamma_{\text{xmax}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\theta_{\text{зпр}}}} \exp\left(-\frac{(\theta_{\text{зпр}} - \mu_{\theta_{\text{зпр}}})^2}{2\sigma_{\theta_{\text{зпр}}}^2}\right) d\theta_{\text{зпр}}; \\ P_{\Pi}(\gamma_{\text{ymax}}) = 2 \int_{\gamma_{\text{ymax}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\theta_{\text{упр}}}} \exp\left(-\frac{(\theta_{\text{упр}} - \mu_{\theta_{\text{упр}}})^2}{2\sigma_{\theta_{\text{упр}}}^2}\right) d\theta_{\text{упр}}. \end{cases} \quad (14)$$

Подставим выражения (12) и (13) в (14). С учетом допущения $\mu_{\alpha} = \mu_{\gamma} = 0$ получим

$$\begin{cases} P_{\Pi}(\gamma_{\text{xmax}}) = \\ = 2 \int_{\gamma_{\text{xmax}}}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{2\pi}|\sin(\varphi)|\sqrt{\sigma_{\alpha}^2 + \sigma_{\gamma}^2}} \exp\left(-\frac{\theta_{\text{зпр}}^2}{8\sin^2(\varphi)(\sigma_{\alpha}^2 + \sigma_{\gamma}^2)}\right) d\theta_{\text{зпр}}; \\ P_{\Pi}(\gamma_{\text{ymax}}) = \\ = 2 \int_{\gamma_{\text{ymax}}}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{2\pi}|\cos(\varphi)|\sqrt{\sigma_{\alpha}^2 + \sigma_{\gamma}^2}} \exp\left(-\frac{\theta_{\text{упр}}^2}{8\cos^2(\varphi)(\sigma_{\alpha}^2 + \sigma_{\gamma}^2)}\right) d\theta_{\text{упр}}. \end{cases} \quad (15)$$

Приняв в (15) $\sigma_\alpha, \sigma_\gamma$ в качестве переменных, получим зависимость вероятности потери сигнала от дисперсии возмущения пентапризм $\sigma_\alpha, \sigma_\gamma$ при заданном поле зрения матрицы $P_\Pi(\gamma_{x\max}=2,5', \sigma_\alpha, \sigma_\gamma), P_\Pi(\gamma_{y\max}=2,5', \sigma_\alpha, \sigma_\gamma)$.

Выражение (15) позволяет обосновать конструктивные параметры системы (фокусное расстояние и размеры матрицы), обеспечивающие требуемую вероятность потери сигнала при заданном уровне вибраций. Например, при $P_\Pi = 0,001$ амплитуды колебаний пентапризм не должны превышать $\sigma_\alpha = \sigma_\gamma = 17''$.

Вероятность потери сигнала при заданном уровне вибраций может быть уменьшена при увеличении угловых размеров МПИ $\gamma_{x\max}, \gamma_{y\max}$. Это достигается уменьшением фокусного расстояния объектива при неизменных линейных размерах МПИ (см. (2)). Однако согласно (3) при уменьшении фокусного расстояния объектива увеличится погрешность измерения углового рассогласования. Эта зависимость представлена на рис. 4. Она позволяет определить оптимальные параметры системы, обеспечивающие требуемую погрешность измерений при допустимой вероятности потери сигнала.

Таким образом, для обеспечения требуемой погрешности определения углового рассогласования осей приемного канала и диаграммы направленности излучения рабочего лазера передающего канала необходимо правильно выбрать соотношение фокусного расстояния объектива f' , размеров чувствительных элементов МПИ a_x, a_y и их количества N_x, N_y , с учетом (1) – (3), а также обеспечить необходимую величину вероятности потери сигнала, которая оценивается по приведенной методике.

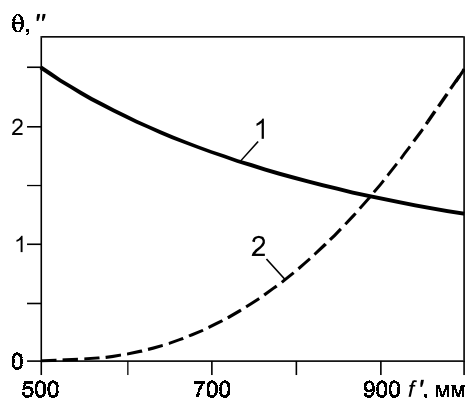


Рис. 4. Зависимость погрешности измерения углового рассогласования и вероятности потери сигнала от фокусного расстояния объектива:

1 – погрешность измерений; 2 – вероятность потери сигнала

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. **Орлов В. М., Карасик В. Е.** Лазерные системы видения. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000.
2. **Барышников Н. В., Карачунский В. В., Свигач О. А.** Современные методы проектирования систем автоюстировки высокоточных оптико-электронных приборов //Вестник МГТУ. Спец. выпуск: Современные проблемы оплотехники. Приборостроение. 2011. С. 128 – 142.
3. **Барышников Н. В.** Разработка и исследование устройств параллельного переноса пучка излучения для систем автоюстировки каналов лазерных локационных станций //Измерительная техника. 2011. № 4. С. 65 – 70;
Baryshnikov N. V. The development and investigation of devices for the parallel displacement of a beam of radiation for the channel automatic adjustment systems of laser location stations //Measurement techniques. 2011. V. 54. N 4. P. 460 – 468.
4. **Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.** Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Высшая школа, 2000.

Дата принятия 05.07.2012 г.

