006.9

МЕТОДИКА ВЫБОРА ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАННЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ НА БЕЗУСЛОВНЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБОК 1-ГО И 2-ГО РОДА ПРИ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЯ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩЕГОСЯ СКАЛЯРНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ

Н. Г. НАЗАРОВ, М. В. ЗЕЛЕНКОВА

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия, e-mail: viz_zelen@rambler.ru

На основе кусочно-линейной аппроксимации оперативной характеристики решающей функции, определяющей эффективность оценки качества изделия, представленного скалярной величиной, разработана методика формирования ограничений на параметры, при выполнении которых гарантируются заданные требования на безусловные вероятности ошибок 1-го и 2-го рода.

Ключевые слова: *кусочно-линейная аппроксимация оперативной характеристики, условная и безусловная вероятности ошибок 1-го и 2-го рода, равномерное распределение.*

Based on piecewise-linear approximation of operational characteristic of the decision function defining the efficiency of evaluating a product characterized byscalar quantity, methods of generating limitations to ensure the observation of set requirements for unconditional probability of 1st and 2nd type errors have been developed.

Key words: *piecewise-linear approximation of operational characteristic function, conditional and unconditional 1st and 2nd type error probability, equally probable distribution.*

В [1] предложен алгоритм формирования оптимального плана $\left(x, \hat{\mu}, \hat{u}_0\right)$, гарантирующего выполнение по критерию минимума объема многократных измерений $\hat{\mu}$ следующих ограничений:

$$\begin{cases}\alpha\left(|\varepsilon_x|/H_0^*\right)\le\alpha_0<<1 - \text{ ограничение на вероятность ошибки 1-го рода;}\\ \beta\left(|\varepsilon_x|/H_1^*\right)\le\beta_0<<1 - \text{ ограничение на вероятность ошибки 2-го рода,}\end{cases} \qquad (1)$$

где $|\varepsilon_x|=|\Delta x|/\sigma_e$ – приведенное относительно СКО σ_e отклонение; $\Delta x = x - x_0$ – отклонение величины x, характеризующей качество изделия, относительно значения x_0; x_0 – середина поля допуска $x_0 \pm Tx/2$, определяющего требования к величине x.

С использованием $|\varepsilon_x|$ альтернативные гипотезы формируются в следующем виде:

$$H_0 : |\varepsilon_x| \le \varepsilon_x^* = \frac{1}{2}\frac{T\Delta x}{\sigma_e}; \quad H_0^* : |\varepsilon_x| \le \varepsilon_{x0} = \varepsilon_x^*\left(1-\xi_0\right), 0<\xi_0\le 1;$$

$$H_1 : |\varepsilon_x| > \varepsilon_x^*; \quad H_1^* : |\varepsilon_x| > \varepsilon_{x1} = \varepsilon_x^*\left(1+\xi_1\right), \xi_1>0.$$

Экспериментальная оценка альтернативных гипотез реализуется с помощью решающей функции стандартного вида

$$r(U)=\begin{cases}0, \text{ если } U\le u_0, \text{ то принимают гипотезу } H_0;\\ 1, \text{ если } U>u_0, \text{ то } H_1.\end{cases}$$

где U – экспериментальная статистика, формируемая на основе плана многократных измерений $\left(x,\hat{\mu}\right)$; u_0 = const – параметр решающей функции.

Для гауссовой случайной статистики

$$U = T = \frac{Z(x)-x_0}{\sigma_e}\sqrt{\hat{\mu}} = m_t + \mathring{T},$$

где $m_t = \dfrac{\Delta x}{\sigma_e}\sqrt{\hat{\mu}} = \varepsilon_x\sqrt{\hat{\mu}}$ – математическое ожидание, $\hat{\mu}$ – объем многократных измерений; $\mathring{T}$ – центрированная случайная составляющая с дисперсией $D_t = 1$; $Z(x)-x_0 = \dfrac{1}{\hat{\mu}}\sum\limits_{j=1}^{\hat{\mu}} Y_j(x)-x_0 = x+\mathring{Z}-x_0 = \Delta x+\mathring{Z}$,

$D_Z = \dfrac{D_e}{\hat{\mu}}$, $Y_j(x), j = \overline{1,\hat{\mu}}$ – многократные, равноточные по дисперсии D_e измерения, не содержащие систематическую погрешность.

Вероятность случайного события $|T| \le u_0$ определяется следующим образом

$$P\left(\left|T\right| \le u_0\right) = 0,5 + \Phi(\hat{u}_0 - \sqrt{\hat{\mu}}\left|\varepsilon_x\right|) = L\left(\left|\varepsilon_x\right|/\,x, \hat{\mu}, \hat{u}_0\right), \tag{2}$$

где $\Phi(t)$ – функция Лапласа.

Выражение (2) как функция аргумента $|\varepsilon_x|$ называется оперативной характеристикой решающей функции. Ее значения при каждом значении $|\varepsilon_x|$ определяют вероятность принятия гипотезы H_0. Она монотонно убывает с возрастанием $|\varepsilon_x|$ от значений равных или близких к единице до нуля и имеет точку перегиба.

На интервале гипотезы H_0 оперативная характеристика дает возможность правильно оценить H_0, а ее дополнение до единицы – вероятность ошибочной оценки ее как H_1:

$$\alpha\left(\left|\varepsilon_x\right|/\,H_0\right) = 1 - L\left(\left|\varepsilon_x\right|/\,x, \hat{\mu}, \hat{u}_0\right)\Big|_{\left|\varepsilon_x\right| \le \varepsilon_x^*} - \tag{3}$$

условная вероятность ошибки 1-го рода

На интервале гипотезы H_1 оперативная характеристика определяет вероятность оценить ее как гипотезу H_0, т. е.

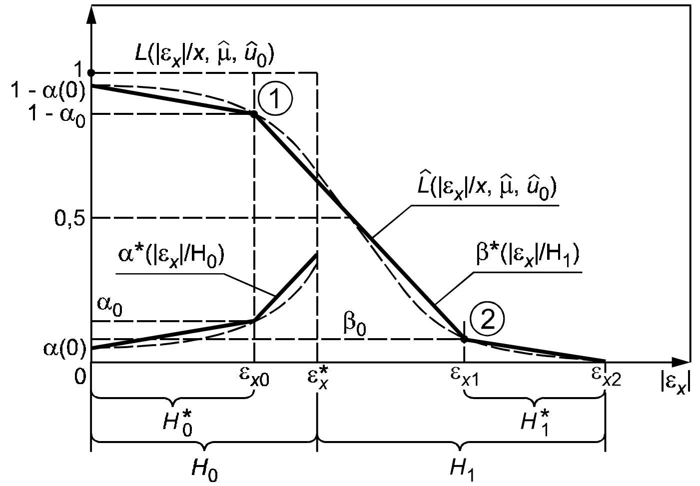
$$\beta\left(\left|\varepsilon_x\right|/\,H_1\right) = L\left(\left|\varepsilon_x\right|/\,x, \hat{\mu}, \hat{u}_0\right)\Big|_{\left|\varepsilon_x\right| > \varepsilon_x^*} - \tag{4}$$

условная вероятность ошибки 2-го рода.

На рисунке эти вероятности показаны пунктирными кривыми. Из (3) и (4) следует равенство

$$\alpha\left(\varepsilon_x^*/\,H_0\right)\Big|_{\left|\varepsilon_x\right| \le \varepsilon_x^*} + \beta\left(\varepsilon_x^*/\,H_1\right)\Big|_{\left|\varepsilon_x\right| = \varepsilon_x^*} = 1.$$

Его наличие свидетельствует о том, что при $|\varepsilon_x| = \varepsilon_x^*$ и малой окрестности точки ε_x^* невозможно ограничить вероятности (3), (4) малыми значениями. Поэтому допустимы только ограничения (1),



Графики оперативных характеристик

которые можно заменить эквивалентными ограничениями для оперативной характеристики

$$\left.\begin{aligned} &L\left(|\varepsilon_x|/x,\hat{\mu},\hat{u}_0\right)\Big|_{|\varepsilon_x|\le\varepsilon_{x0}} \ge 1-\alpha_0\,; \\ &L\left(|\varepsilon_x|/x,\hat{\mu},\hat{u}_0\right)\Big|_{|\varepsilon_x|\ge\varepsilon_{x1}} \le \beta_0\,. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Очевидно, что если в отношениях (5) оставить только знаки равенства, то оперативная характеристика пройдет через точки *1*, *2* с координатами $(1-\alpha_0,\varepsilon_{x0})$, $(\beta_0,\varepsilon_{x1})$, т. е. они определяются значениями пар величин (α_0,ξ_0), (β_0,ξ_1).

Из рисунка следует, что при $|\varepsilon_x| \in (\varepsilon_{x_0},\varepsilon_{x_1})$ условные вероятности (3), (4) принимают значения превышающие ограничения α_0, β_0.

Рассмотрим безусловные вероятности, используя допущение о том, что аргумент $|\varepsilon_x|$ на интервале $[0,\varepsilon_{x_2}]$, где $\varepsilon_{x_2} = \varepsilon_x^*(1+\xi_2), \xi_2 > \xi_1$ – случайная величина $|E(x)|$ с плотностью распределения $f\left(|\varepsilon_x|\right)$. Тогда (3), (4) будут выглядеть следующим образом

$$\left.\begin{aligned}\alpha(H_0)&=\frac{1}{P_0}\int\limits_0^{\varepsilon_x^*}\alpha\left(|\varepsilon_x|/H_0\right)f\left(|\varepsilon_x|\right)d|\varepsilon_x|;\\\beta(H_1)&=\frac{1}{P_1}\int\limits_{\varepsilon_x^*}^{\varepsilon_{x2}}\beta\left(|\varepsilon_x|/H_1\right)f\left(|\varepsilon_x|\right)d|\varepsilon_x|,\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

где $P_0=P\left(|E(x)|\le\varepsilon_x^*\right)=\int\limits_0^{\varepsilon_x^*}f\left(|\varepsilon_x|\right)d|\varepsilon_x|$, $P_1=P\left(\varepsilon_x^*<|E(x)|\le\varepsilon_{x2}\right)=\int\limits_{\varepsilon_x^*}^{\varepsilon_{x_2}}f\left(|\varepsilon_x|\right)d|\varepsilon_x|$ – вероятности появления гипотез H_0, H_1.

Поскольку определение плотности распределения $f\left(|\varepsilon_x|\right)$ трудно разрешимая задача, примем ее равной постоянной величине на интервале $[0,\varepsilon_{x_2}]$, т.е. $f\left(|\varepsilon_x|\right)=1/\varepsilon_{x_2}$.

При введенном допущении (6) преобразуется к следующему виду

$$\left.\begin{aligned}\alpha(H_0)&=\frac{1}{P_0\varepsilon_{x2}}I_\alpha(\varepsilon_x^*);\\\beta(H_1)&=\frac{1}{P_1\varepsilon_{x2}}I_\beta(\varepsilon_x^*,\varepsilon_{x2}),\end{aligned}\right\}\tag{7}$$

где

$$\left.\begin{aligned}I_\alpha(\varepsilon_x^*)&=\int\limits_0^{\varepsilon_x^*}\alpha\left(|\varepsilon_x|/H_0\right)d|\varepsilon_x|;\\I_\beta(\varepsilon_x^*,\varepsilon_{x2})&=\int\limits_{\varepsilon_x^*}^{\varepsilon_{x2}}\beta\left(|\varepsilon_x|/H_0\right)d|\varepsilon_x|;\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

$$P_0=\frac{1}{\varepsilon_{x2}}\varepsilon_x^*=\frac{1}{\varepsilon_x^*(1+\xi_2)}\varepsilon_x^*=\frac{1}{1+\xi_2};\ P_0\varepsilon_{x2}=\varepsilon_x^*;$$

$$P_1=1-P_0=1-\frac{1}{1+\xi_2}=\frac{\xi_2}{1+\xi_2};\ P_1\varepsilon_{x2}=\frac{\xi_2}{1+\xi_2}\varepsilon_x^*(1+\xi_2)=\varepsilon_x^*\xi_2.$$

Для подынтегральных функций в (8) введем следующие кусочно-линейные аппроксимации

$$\alpha^*\left(|\varepsilon_x|/H_0\right)=\begin{cases}\alpha(0)+c_{\alpha 0}|\varepsilon_x|, |\varepsilon_x|\in[0,\varepsilon_{x0}];\\ \alpha_0+c_{\alpha 1}\left(|\varepsilon_x|-\varepsilon_{x0}\right), |\varepsilon_x|\in(\varepsilon_{x0},\varepsilon_x^*];\end{cases}$$

$$\beta^*\left(|\varepsilon_x|/H_1\right)=\begin{cases}\beta(\varepsilon_x^*)-c_{\beta 0}\left(|\varepsilon_x|-\varepsilon_x^*\right), |\varepsilon_x|\in(\varepsilon_x^*,\varepsilon_{x1}];\\ \beta_0-c_{\beta 1}\left(|\varepsilon_x|-\varepsilon_{x1}\right), |\varepsilon_x|\in(\varepsilon_{x1},\varepsilon_{x2}],\end{cases}$$

где $c_{\alpha_0}=\dfrac{\alpha_0-\alpha(0)}{\varepsilon_{x_0}}$, $c_{\alpha_1}=\dfrac{\alpha(\varepsilon_x^*)-\alpha_0}{\varepsilon_x^*-\varepsilon_{x0}}$, $c_{\beta 0}=\dfrac{\beta(\varepsilon_x^*)-\beta_0}{\varepsilon_{x1}-\varepsilon_x^*}$, $c_{\beta 1}=\dfrac{\beta_0}{\varepsilon_{x_2}-\varepsilon_{x_1}}$.

Данные аппроксимации позволяют представить интегралы (8) площадями трапеций и прямоугольного треугольника как это показано на рисунке

$$\int_0^{\varepsilon_x^*}\alpha^*\left(|\varepsilon_x|/H_0\right)d|\varepsilon_x|=$$
$$=\frac{1}{2}[\alpha(0)+\alpha_0]\varepsilon_{x_0}\Big|_{\varepsilon_{x_0}=\varepsilon_x^*(1-\xi_0)}+\frac{1}{2}\left[\alpha_0+\alpha(\varepsilon_x^*)\right]\xi_0\varepsilon_x^*= \tag{9}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\alpha(0)+\alpha_0+[\alpha(\varepsilon_x^*)-\alpha(0)]\xi_0\right\}\varepsilon_x^*;$$

$$\int_{\varepsilon_x^*}^{\varepsilon_{x2}}\beta^*\left(|\varepsilon_x|/H_1\right)d|\varepsilon_x|=\frac{1}{2}\left[\beta(\varepsilon_x^*)-\beta_0\right](\varepsilon_{x_1}-\varepsilon_x^*)\Big|_{\varepsilon_{x_1}-\varepsilon_x^*=\xi_1\varepsilon_x^*}+$$
$$+\frac{1}{2}\beta_0(\varepsilon_{x_2}-\varepsilon_{x_1})\Big|_{\varepsilon_{x_2}-\varepsilon_{x_1}=\varepsilon_x^*(\xi_2-\xi_1)}=\frac{1}{2}\left[\beta(\varepsilon_x^*)\xi_1+\beta_0\xi_2\right]\varepsilon_x^*, \tag{10}$$

Выразим $\beta(\varepsilon_x^*)$ через параметры $\alpha_0,\beta_0,\xi_0,\xi_1$, зная, что эта величина определяется значением прямой линией, проходящей через точки *1*, *2* (см. рисунок) при аргументе $\left|\varepsilon_x\right| = \varepsilon_x^*$. Уравнение данной прямой имеет следующий вид

$$l\left(\left|\varepsilon_x\right|\right) = 1 - \alpha_0 - \frac{1 - \alpha_0 - \beta_0}{\varepsilon_{x_1} - \varepsilon_{x_0}}\left(\left|\varepsilon_x\right| - \varepsilon_{x_0}\right),$$

где $\varepsilon_{x0} = \varepsilon_x^*\left(1 - \xi_0\right)$, $\varepsilon_{x1} - \varepsilon_{x0} = \varepsilon_x^*\left(\xi_0 + \xi_1\right)$, $\left|\varepsilon_x\right| \in [\varepsilon_{x_0}, \varepsilon_{x_1}]$.

После подстановки указанных выражений получим

$$l\left(\left|\varepsilon_x\right|\right)\Big|_{\left|\varepsilon_x\right| = \varepsilon_x^*} = \beta(\varepsilon_x^*) = \left(1 - \alpha_0\right)\frac{\xi_1}{\xi_0 + \xi_1} + \beta_0\frac{\xi_0}{\xi_0 + \xi_1}. \tag{11}$$

Из равенства (5) следует $\alpha^*(\varepsilon_x^*) = 1 - \beta^*(\varepsilon_x^*)$.

Для безусловных вероятностей (8) с интегралами (9), (10) сохраним ограничения (1) и получим аналогичные выражения для безусловных вероятностей.

Для $\alpha(H_0)$

$$\alpha\left(H_0\right) = \frac{1}{2}\left\{\alpha(0) + \alpha_0 + [\alpha(\varepsilon_x^*) - \alpha(0)]\right\}\xi_0 \le \alpha_0 \tag{12}$$

или

$$\xi_0 \le \frac{\alpha_0 - \alpha(0)}{\alpha(\varepsilon_x^*) - \alpha(0)} = \frac{\alpha_0 - \alpha(0)}{1 - \beta(\varepsilon_x^*) - \alpha(0)}. \tag{13}$$

Для $\beta(H_1)$

$$\beta(H_1) = \frac{1}{2}\frac{1}{\xi_2}\left[\beta(\varepsilon_x^*)\xi_1 + \beta_0\xi_2\right] \le \beta_0 \tag{14}$$

или

$$\xi_2 \ge \frac{\beta(\varepsilon_x^*)}{\beta_0}\xi_1. \tag{15}$$

Используем условия (13), (15) для выбора параметров ξ_0, ξ_1, ξ_2. Поскольку условий два, а неизвестных параметров три, то введем условие $\xi_1 = \xi_0$. Тогда, согласно (11)

$$\beta^*\left(\varepsilon_x^*\right) = 0,5(1+\beta_0-\alpha_0) = \begin{cases} 0,5 \text{ при } \alpha_0 = \beta_0; \\ > 0,5 \text{ при } \alpha_0 < \beta_0; \\ < 0,5 \text{ при } \alpha_0 > \beta_0. \end{cases}$$

Теперь условия (13), (15) запишутся следующим образом

$$\left.\begin{aligned} &\xi_0 \le \frac{\alpha_0-\alpha(0)}{1-0,5[1+(\beta_0-\alpha_0)]+\alpha(0)} = \\ &= \frac{\alpha_0-\alpha(0)}{0,5[1-(\beta_0-\alpha_0)+\alpha(0)]} = \hat{\xi}_0(\alpha_0,\beta_0,\alpha(0)); \\ &\xi_2 \ge \frac{\beta(\varepsilon_x^*)}{\beta_0}\xi_0 = \frac{0,5[1+(\beta_0-\alpha_0)]}{\beta_0}\xi_1 = \\ &= \hat{\xi}_2(\alpha_0,\beta_0,\xi_0),\ \xi_1 = \xi_0. \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Поскольку значение величины $\alpha(0)$ может быть найдено только после определения параметров плана $(\hat{u}_0, \hat{\mu})$, зависящих от ξ_0, ξ_1, ξ_2, и имеет место условие $\alpha(0) << \alpha_0$, то допустимо равенство $\alpha(0) = 0$, тогда первое из условий (16) примет вид

$$\xi_0 \le \hat{\xi}_0(\alpha_0,\beta_0) = \frac{\alpha_0}{0,5[1-(\beta_0-\alpha_0)]}.$$

Таким образом, значения ξ_0, ξ_1, ξ_2, выбранные согласно условиям (16), гарантируют выполнение ограничений на безусловные вероятности ошибок 1-го и 2-го рода оценки качества изделия с использованием оптимального плана $(x, \hat{\mu}, \hat{u}_0)$, определенного с учетом значений ξ_0, ξ_1, ξ_2.

В [1] приведены алгоритмы определяющие параметры оптимального плана с учетом ограничения на систематическую погрешность

$$\left.\begin{aligned} &\hat{\mu} = [\lambda_0^2]^+, \quad \text{где } \lambda_0 = \frac{t_{0,5-\alpha_0} + t_{0,5-\beta_0}}{\varepsilon_x^*(\xi_0+\xi_1-2\gamma_x)}; \\ &\hat{u}_0 = \frac{(1-\xi_0+\gamma_x)t_{0,5-\beta_0} + (1+\xi_1-\gamma_x)t_{0,5-\alpha_0}}{\xi_0+\xi_1-2\gamma_x}, \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

где $\gamma_x = \dfrac{Tm_e^*}{Tx}$; $Tm_e^* = \gamma_e T_e$; $\gamma_e = 1 - \eta_e \dfrac{t_{0,5-\varepsilon}}{t_{0,5(1-\lambda\varepsilon)}} < 1$; $\eta_e = \dfrac{\sigma_e}{\sigma_e^*} \le 1$;

$\sigma_e^* = d_e T_e$; $d_e = 0{,}5 t_{0,5(1-\lambda\varepsilon)}^{-1}$; $\lambda \in [0{,}1; 0{,}4]$; $t_{0,5-\varepsilon}, t_{0,5(1-\lambda\varepsilon)}, t_{0,5-\beta_0}$ – квантили функции Лапласа.

Коэффициент γ_x учитывает ограничение на систематическую погрешность, а $\eta_e = \left(\sigma_e / \sigma_e^*\right) \le 1$ – ограничение на СКО σ_e, т.е.

$$\left.\begin{aligned} &|m_e(x)| \le Tm_e^*/2; \\ &\sigma_e \le \sigma_e^*. \end{aligned}\right\}$$

Алгоритмы планирования измерений при экспериментальной оценке этих условий изложены в [2]. Данные ограничения получены для гауссовой случайной погрешности и соответствуют нормам, установленным [3] и обеспечивающим следующее ограничение на модуль случайной погрешности

$$P\left(|E(x)| \le T_e/2\right) \ge 1 - \varepsilon, \quad \varepsilon << 1,$$

где $E(x) \in \left[0 \pm T_e/2\right]$ – поле допуска на случайную погрешность.

Таким образом, алгоритмы (17) учитывают ограничения условий единства измерений. Для величины ε_x^*, входящей в алгоритм определения параметра $\hat{\mu}$, получено следующее выражение

$$\varepsilon_e^* = \frac{1}{2}\frac{T_x}{\sigma_e} = \frac{t_{0,5(1-\lambda\varepsilon)}}{\eta_e \eta_{ex}},$$

где $\eta_{ex} = T_e/T_x$.

Заметим, что аргументом оперативной характеристики для случая, при котором учитывается ограничение на систематическую погрешность, становится величина $|\varepsilon_t| = |\varepsilon_x| + |\varepsilon_e|$, где $|\varepsilon_e| = |m_e(x)|/\sigma_e$ – модуль приведенной систематической погрешности. Тогда исходные уравнения, определяющие параметры оптимального плана $\left(x, \hat{\mu}, \hat{u}_0\right)$, выглядят как

$$\left.\begin{aligned} L\left(\varepsilon_{t_0} / x,\mu,u_0\right) &= 0,5+\Phi\left(u_0-\sqrt{\mu}\varepsilon_{t_0}\right)=1-\alpha_0; \\ L\left(\varepsilon_{t_1} / x,\mu,u_0\right) &= 0,5+\Phi\left(u_0-\sqrt{\mu}\varepsilon_{t_1}\right)=\beta_0, \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

где $\varepsilon_{t_0}=\varepsilon_x^*\left(1-\xi_0+\gamma_x\right)$, $\varepsilon_{t_1}=\varepsilon_x^*\left(1+\xi_1-\gamma_x\right)$.

Решения этой системы уравнений вычисляются с помощью (17).

В [1] доказана лемма, которая утверждает, что оптимальный план $\left(x,\hat{\mu},\hat{u}_0\right)$, сформированный алгоритмами (17), гарантирует выполнение ограничений (1).Следовательно, если параметры ξ_0,ξ_1,ξ_2 определить по условиям (16), то будут выполнены и ограничения (12), (14).Следует обратить внимание на то, что систему уравнений (18) можно использовать для проверки правильности определения параметров оптимального плана $\left(x,\hat{\mu},\hat{u}_0\right)$.

П р и м е р . Исходные данные: $\alpha_0,\beta_0=0,1$– ограничения на безусловные вероятности ошибок 1-го и 2-го рода; $\lambda=0,4$; $\varepsilon=0,1$; $\eta_{ex}=T_e/T_x=0,3$; $\eta_e=1$ $(\sigma_e=\sigma_e^*)$; $\gamma_x=0,1$. Параметры λ,ε,T_e определяют условие единства измерений относительно случайной погрешности.

1-й этап. Выбор значений параметров ξ_0,ξ_1,ξ_2.

Используя условия (16):

$$\xi_0\le\hat{\xi}_0(\alpha_0,\beta_0)=\frac{\alpha_0}{0,5[1-(\beta_0-\alpha_0)]}=\frac{0,1}{0,5}=0,2;$$

$$\xi_2\ge\hat{\xi}_0(\xi_0/\alpha_0,\beta_0)=\frac{0,5[1+(\beta_0-\alpha_0)]}{\beta_0}\xi_0=\frac{0,5}{0,1}\xi_0=5\xi_0.$$

выберем значения: $\xi_0=0,15=\xi_1$, $\xi_2=5\xi_0=5\cdot0,15=0,75$.

2-й этап. Расчет значений параметров, входящих в (17), и $\hat{\mu},\hat{u}_0$:

$$\varepsilon_e^*=\frac{t_{0,5(1-\lambda\varepsilon)}}{\eta_e\eta_{ex}}=\frac{t_{0,48}}{0,3}=6,83;$$

$$\varepsilon_{t_0}=\varepsilon_x^*\left(1-\xi_0+\gamma_x\right)=6,83\cdot0,95=6,49;$$

$$\varepsilon_{t_1}=\varepsilon_x^*\left(1+\xi_1-\gamma_x\right)=6,83\cdot1,05=7,17;$$

$$\lambda_0 = \frac{2t_{0,5-\alpha_0}}{\varepsilon_x^*(\xi_0 + \xi_1 - 2\gamma_x)} = \frac{t_{0,5-\alpha_0}}{6,83 \cdot 0,05} = \frac{1,28}{0,34} = 3,75;$$

$$\hat{\mu} = [\lambda_0^2]^+ = \hat{\mu} = [14,06]^+ = 15;$$

$$\hat{u}_0 = \frac{(1-\xi_0+\gamma_x)t_{0,5-\beta_0} + (1+\xi_1-\gamma_x)t_{0,5-\alpha_0}}{\xi_0+\xi_1-2\gamma_x} = \frac{2t_{0,5-\alpha_0}}{0,1} = \frac{2,56}{0,1} = 25,6.$$

Проверка правильности определения $\hat{\mu}$ и $\hat{u}_0$ по (18)

$$L\left(\varepsilon_{t0} / x, \mu, u_0\right) = 0,5 + \Phi\left(\hat{u}_0 - \lambda_0\varepsilon_{t0}\right) = 0,5 + \Phi(25,6 - 3,75 \cdot 6,49) = \\ = 0,5 + \Phi(1,26) = 0,5 + 0,396 \approx 0,9 = 1 - \alpha_0;$$
$$L\left(\varepsilon_{t1} / x, \mu, u_0\right) = 0,5 + \Phi\left(\hat{u}_0 - \lambda_0\varepsilon_{t1}\right) = 0,5 + \Phi\left(25,6 - 3,75 \cdot 7,17\right) = \\ = 0,5 + \Phi(-1,29) = 0,5 - 0,401 \approx 0,1 = \beta_0.$$

Вывод: параметры плана $\left(x, \hat{\mu}, \hat{u}_0\right)$ определены верно.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. **Назаров Н. Г.** Измерения: планирование и обработка результатов. М.: Изд-во стандартов, 2000.
2. **Назаров Н.Г.** Планирование измерений при экспериментальной оценке их единства //Измерительная техника. 2010. № 2. С. 3 – 11;
3. **Федеральный** закон Российской Федерации от 26 июня 2008 г. № 102-ФЗ «Об обеспечении единства измерений».

Дата принятия 25.10.2012 г.